

## 國立臺北科技大學 107 學年度碩士班招生考試

系所組別：1501、1502、1503、1504 自動化科技研究所

## 第一節 工程數學 試題

第一頁 共一頁

**注意事項：**

1. 本試題共 5 題，總分 100 分。
2. 請標明大題、子題編號並依順序作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

1. (20%) Consider the matrix  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

- (a) (10%) What is the rank of  $A$ ?  
 (b) (10%) What is the rank of  $A^T A$ ?

2. (20%) Find all solutions of the linear system

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &= 0 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 &= 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 5x_3 &= 0 \end{aligned}$$

3. (20%) Find the general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = e^{2x} + y - 1$$

4. (20%) Let  $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -5 \\ -1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$

Find a matrix  $X$  such that  $AX = B$ .

5. (20%) Compute the determinant of each of the following matrices.

(a) (10%)  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 7 \\ -3 & 2 & 0 & -1 & -6 \\ 2 & -2 & -1 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 3 \end{bmatrix}$

(b) (10%)  $\begin{bmatrix} 1 & b & b^2 \\ b & b^2 & b^3 \\ b^2 & b^3 & b^4 \end{bmatrix}$