

中原大學 107 學年度碩士班考試入學

107/3/7 8:00 AM-9:30 AM

應用數學系數學組

誠實是我們珍視的美德，
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：微積分(分「微積分(A)」及「微積分(B)」兩部份計分，各佔50分) (共1頁，第1頁)

可使用計算機(僅限於四則運算、三角函數及對數等基本功能，可程式之功能不可使用)

不可使用計算機

----- (不可直接作答於試題，請作答於答案卷) -----

一、微積分(A)，共50分(每題5分)

符號表示說明：令 \mathbb{R} 代表所有實數的集合； $f'(x)$ 或 $(f(x))'$ 代表函數 $f(x)$ 對 x 的微分

(一) 舉例說明

(1) Let $f(x)$ be a continuous function on \mathbb{R} but $f(x)$ is not differentiable at $x=0$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)g(x)=1$ but $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ not exist

(3) $f'(c)=0$ but $f(c)$ is not the local extrema

(4) The equality $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = \lim_{a \rightarrow \infty} \int_{-a}^a f(x)dx$ is not true

(二) 填充題

(1) $(\sqrt{x^3})' =$

(2) $(\sin\sqrt{x})' =$

(3) $[(x^3 + 5x + 1)^{100}]' =$

(4) $(e^{2x})' =$

(5) $\int \sin^3 x dx =$

(6) $\int \frac{\sqrt{x}+1}{x} dx =$

二、微積分(B)，計算與證明題共5題，每題10分共50分

1. Prove that $f'(a)$ exist then $f(x)$ is continuous at $x=a$.

2. Prove that $|\sin x - \sin y| \leq |x - y|$ for all $x, y \in \mathbb{R}$

3. Evaluate $\int \sin^2 x \cos^2 x dx$

4. Evaluate $\int \frac{1}{1+9x^2} dx$

5. Evaluate $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$