

# 國立臺灣師範大學 100 學年度碩士班招生考試試題

科目：微積分

適用系所：全球經營與策略研究所

注意：1.本試題共 2 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則不予計分。

## 一、計算(70%)

1. 求  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(1+x)^{50}}{x+2}$  (本題 5 分)
2. 求  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$  (本題 5 分)
3.  $z = f(x, y) = xy^2 + (y^2 + xy)^3$ ，求全微分  $dz$ 。(本題 5 分)
4.  $z = f(x, y) = \ln(x^2y + xy^2)$ ，求  $\frac{\partial z}{\partial x}$  與  $\frac{\partial z}{\partial y}$ 。(本題 5 分)
5.  $u = f(x, y, z) = x^{\frac{y}{z}}$ ，求  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial u}{\partial z}$ 。(本題 5 分)
6. 解  $\int x \ln x dx$  (本題 5 分)
7. 解  $\int_0^1 \frac{4x}{(x^2 + 2)^3} dx$  (本題 5 分)
8. 解  $\int_{-\infty}^{\infty} 2xe^{-x^2} dx$  (本題 5 分)
9. 解  $\int_0^2 \int_0^1 (4x + 3y^2) dx dy$  (本題 5 分)
10.  $y = 2x^2 - 3x$ ，求通過(1,-3)的切線方程式(tangent equation)。(本題 5 分)
11.  $f(x) = \sqrt{1-x}$ ，求對  $x=-1$  的二階泰勒展開式(Taylor series expansion)。(本題 5 分)
12.  $f(x) = x^4 - x^3 - 9x^2$ ，求反曲點(inflection point)。(本題 5 分)
13.  $f(x) = -3x^5 + 5x^3$ ，求相對極值(relative extremes)。(本題 5 分)
14.  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 6x, & \text{if } x < 1 \\ 1, & \text{if } x \geq 1 \end{cases}$ ，求區間  $[-1, 2]$  的面積。(本題 5 分)

# 國立臺灣師範大學 100 學年度碩士班招生考試試題

## 二、應用 (30%)

1. 某印表機碳粉匣列印張數的機率密度函數為  $f(x) = 0.001e^{-0.001x}$ ， $x$  表示張數，試計算碳粉匣列印張數 1000 張以內的機率，以及超過 1000 張但未達 2000 張的機率。(本題 10 分)
2. 假設汽油需求曲線為  $p = 30 - 6x^2$ ，供給曲線為  $p = 2x^2 + 4x + 6$ ，繪出這兩條曲線，並求出消費者剩餘與生產者剩餘。(本題 10 分)
3. 某手機商新款手機定價  $p = 200 - 0.4x$ ，生產成本為  $C(x) = 4000 + 0.1x^2$ ，請列出總收益  $R(x)$  與總利潤函數  $\pi(x)$ ，並求利潤極大化的產量、定價與利潤為何。(本題 10 分)