

國立臺灣師範大學 100 學年度碩士班招生考試試題

科目：基礎數學

適用系所：科學教育研究所

注意：1.本試題共 1 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則不予計分。

本試題滿分共 100 分，配分如各題所示

1. (20 分) 試利用 $\varepsilon - \delta$ 的方法，證明 (1) $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{x} = 1$ (2) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$

2. (20 分) 試計算下列各式

(1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$

(2) $F(x) = \int_0^x \frac{dt}{1+t^2}$ ，試求 $\frac{dF(x)}{dx}$

(3) $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$

(4) 函數 $f(x) = 2 + \sqrt{1-x^2}$ ， $-1 \leq x \leq 1$ 。求在 xy 平面上的函數圖形繞 x 軸轉一圈的表面積

3. (15 分) 矩陣 $A = \begin{pmatrix} 7 & -2 & 0 \\ -2 & 6 & -2 \\ 0 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ ，試求矩陣 A 之特徵值及對應的單位特徵向量，並求可逆矩陣

C 及對角線化矩陣 D 使得 $D = C^{-1}AC$ 。

4. (15 分) 將向量 $(1, 2, 4)$ 用另一組基底 $\{(1, 0, 2), (0, 2, 1), (2, 1, 0)\}$ 表示出來。

5. (15 分) 試求點 $(1, 2, 3)$ 在平面 $x+2y+2z=3$ 上的投影點。

6. (15 分) 將空間中一組正交基底 $\{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$ 繞一直線 L 旋轉 θ 角度得到另一組正交基

底 $\{(0, 1, 0), (0, 0, 1), (1, 0, 0)\}$ 。試求直線 L 的方向及角度 θ 。