

# 國立臺灣師範大學 100 學年度碩士班招生考試試題

科目：工程數學

適用系所：光電科技研究所

注意：1.本試題共 1 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則不予計分。

**全部計算題，作答必含計算過程。**

1. 解初值問題： $\frac{dy}{dx} + y \tan x = \sin(2x)$ ,  $y(0) = 1$ . (10 分)

2. 解初值問題： $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0$ ,  $y(0) = 4$ ,  $y'(0) = -5$ . (12 分)

3. 函數  $h(t)$  之 Laplace Transform 為  $H(s) = \frac{1}{(s^2 + \omega^2)^2}$ , 求  $h(t) = ?$  (10 分)

4. 求矩陣  $A = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$  之 Eigenvalues 及 Eigenvectors. (12 分)

5. (a) 考慮矩形波  $f(x) = \begin{cases} -k, & -\pi < x < 0 \\ k, & 0 < x < \pi \end{cases}$  且  $f(x+2\pi) = f(x)$ ,

求其 Fourier Series. (12 分)

(b) 根據(a)的結果，求級數： $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = ?$  (5 分)

6. (a) 考慮單一脈波  $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| < 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ , 求其 Fourier Integral. (12 分)

(b) 根據(a)的結果，證明： $\int_0^{\infty} \frac{\sin w}{w} dw = \frac{\pi}{2}$ . (5 分)

7. 函數  $f(x) = e^{-ax}$  且  $a > 0$ , 求其 Fourier Cosine Transform. (10 分)

8. 求主值(Principal Value)積分： $\text{pr.v.} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 1)} dx = ?$  (12 分)