世新大學100學年度碩士班招生考試試題卷

系所組別	考 試 科 目
財務金融學系	統計學

※本考題 ☑可使用 ☐禁止使用 簡易型電子計算機

※考生請於答案卷內作答

請標明題號、順序做答

Part A (35 分)：複選題，請逐題依序回答，全答對才給分，不需列出計算過程，每個空格 5 分。

(1). 某 400 個隨機樣本資料，其母體平均值 μ 的 95%信賴區間為 (-2.05, 0.75)。檢定 H_0：μ=-1，H_a：μ≠-1，α=0.01，則 H_0 (a). 一定不會 (b). 一定會 (c).不一定，被拒絕。 答案:(1)

(2). X、Y 為隨機變數，若係數 α 使得 $X+\alpha Y$ 之變異數為最小，有關 α 之正負符號下列敘述何者恆為真 (a). $\alpha \cdot Cov(X,Y) \le 0$ (b). $\alpha \cdot Cov(X,Y) \ge 0$ (c). 以上皆非 答案:(2)

(3). 下列敘述何者恆為真

(a). $Var(X+Y) \ge Var(X-Y)$ (b). $Var(X) \le Var[E(X|Y)]$ (c). $Var(X) \ge Var[E(X|Y)]$

(d). $Var(X) = E[Var(X|Y)]$ (e). 以上皆非 答案:(3)

(4). X、Y 皆為常態分配, $E(X)=E(Y)=0$, $Var(X)=Var(Y)=\sigma^2$,則下列敘述何者恆為真

(a). $X+Y$ 為常態分配 (b). (X^2/Y^2) 為 F 分配 (c). $(X/|Y|)$ 為常態分配

(d) $(X/|Y|)$ 為 t 分配 (e). 以上皆非 答案:(4)

(5). t_n 表示自由度為 n 之 t-分配，$F_{m,n}$ 表示自由度為 m、n 之 F-分配。下列敘述何者恆為真。

(a). $\Pr(F_{m,n} > a^2) = \Pr(F_{n,m} < 1/a^2)$ (b). $\Pr(F_{1,n} > a^2) = 1 - \Pr(-\sqrt{|a|} < t_n < \sqrt{|a|})$

(c). 若 $n > m$，則 $\Pr(t_n > a) > \Pr(t_m > a)$ (d). $\Pr(t_n > a) < \Pr(N(0,1) > a)$

(e). 以上皆非 答案:(5)

(6).利用變異數分析檢定多個母體之平均數是否存在差異，下列何者假設敘述是必要的。

(a).資料來自常態分配 (b).各母體之變異數相同 (c).母體間資料彼此獨立

(d).母體內資料彼此獨立 (e).以上皆不需要。 答案:(6)

(7). 假設簡單迴歸模型 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$，$\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} (0,\sigma^2)$，$\hat{\beta}_i$ 為 β_i 之 OLS 估計值，且殘差 $\hat{\varepsilon}_i = Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i$。試問下列敘述何者恆為真。

(a). $\hat{\beta}_i$ 具 "minimum variance unbiased" 之性質 (b). $\sum \hat{\varepsilon}_i = 0$ (c). $\sum \hat{\varepsilon}_i X_i = 0$

(d). $\sum \varepsilon_i = 0$ (e). 以上皆非 答案:(7)

Part B (45 分)：填空題，請逐題依序回答，不需列出計算過程，每個空格 5 分

(1) 假設簡單迴歸模型 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$，$\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} Normal(0,\sigma^2)$, i=1,2,…,200。參數 OLS 部分估計結果為 $\hat{\beta}_1 = 1.5$,

$$Cov\begin{bmatrix}\hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.20 & 0.01 \\ 0.01 & 0.25 \end{bmatrix}$$

。試求 β_1 的 95%信賴區間估計。 答案:(1)

請後頁

世新大學 100 學年度碩士班招生考試試題卷

系所組別	考　試　科　目
財務金融學系	統計學

※本考題 ☑可使用 ☐禁止使用 簡易型電子計算機

※考生請於答案卷內作答

(2). 假設簡單迴歸模型 $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$，$\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} (0,\sigma^2)$。已知以最小平方法建立之迴歸直線其 $R^2 = 0.49$，請問變數 X 與變數 Y 之相關係數為多少？ 答案:(2)

(3). 假設商品價格 P_t 滿足模型：$P_t = 0.5P_{t-1} + \varepsilon_t$，且 $\varepsilon_i \overset{iid}{\sim} (0,\sigma^2)$。試問 Correlation$(P_t, P_{t-3}) = ?$ 答案:(3)

(4). 假設股價 X 取自然對數後其分配為常態分配，即 $\ln(X) \sim N(\mu,\sigma^2)$，試問 $E(X) = ?$ (表為 μ 及 σ 之函數)。 答案:(4)

(5). 有一組資料已知最小值為 350，最大值為 600，25 百分位數為 475，75 百分位數為 555，利用 Box-Plot 法(1.5 倍係數）判斷此組資料，至少有幾個離群值。 答案:(5)

(6). 某路口在尖峰時間意外事件發生次數假設為卜瓦松分配，平均一個星期 2.5 次。試問兩個星期至少(含)發生兩次意外事件之機率為何? 答案:(6)

(7). 某廠商想測試其所生產之照明設備，假設其壽命為指數分配，$f(x) = \theta\exp(-\theta x)$。已知隨機抽取 5 個產品測試，測試期間為 100 小時，結果 4 個產品測試未結束已壞掉，其壽命分別為 60, 75, 80, 85 小時，剩餘 1 個產品測試結束仍未壞掉，試列出 θ 之概似函數。答案:(7)

(8). 某古董鐘商人相信古董鐘拍賣價格 Y (仟元美金)，應與年代 X_1，喊價人數 X_2，成下列關係：

$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_1 X_2 + \varepsilon$，$\varepsilon_i \sim iid(0,\sigma^2)$，利用 33 個已售出之資料，得到模型之

推論結果為：SSR(Regression sum of squares)=238 , SSE(Residual sum of squares)=210,

$\hat{\beta}_0 = 30$，$\hat{\beta}_1 = 0.2$，$\hat{\beta}_2 = -1.5$，$\hat{\beta}_3 = 0.12$，試問

(a). adjusted R^2=? 答案:(8)

(b). 200 年歷史的古董鐘每增加一人喊價，其價格改變為何? 答案:(9)

Part C (20 分)：證明題，請逐題依序回答，列出重要步驟。

(1). 敘述(3 分)及證明(5 分)柴比雪夫(Chebyshev)不等式。 (8 分)

(2). 若 $X_i \overset{iid}{\sim} Normal(\mu,\sigma^2)$，證明 $E\left[(\hat{\sigma}^2 - \sigma^2)^2\right] < E\left[(S^2 - \sigma^2)^2\right]$, 此處 $S^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n-1}$，

$\hat{\sigma}^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2}{n}$ 及 $n > 1$。 (12 分)

----- The End -----