逢甲大學100學年度碩士班招生考試試題 編號：052　科目代碼：223

科目	工程數學	適用系所	光電學系	時間	100分鐘

※請務必在答案卷作答區內作答。

1. 請求出下列微分方程式之解:

   (a) $\dfrac{2}{x+1}-y'=0$；(5%) (b) $y''-3y'+2y=4e^{3x}$；(5%)

   (c) $y_1'+\dfrac{2}{3}y_2=0,\quad y_2'-6y_1=0,\quad y_1(0)=0,\quad y_2(0)=9$。(5%)

2. 平面 S_1 方程式為 $2x+3y+\sqrt{3}z=0$，而平面 S_2 方程式則為 $\dfrac{2}{3}x+y+\dfrac{1}{\sqrt{3}}z=2$，上述方程式之座標值皆以 m 為單位。

   (a) 請分別求出 S_1 及 S_2 的單位法向量。(6%)

   (b) 請計算 S_1 與 S_2 間的距離。(10%)

3. 已知 $\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$，且 $r=|\vec{r}|$。

   (a) 請計算 r^2 的梯度，$\vec{r}$ 的散度及旋度。(9%)

   (b) 利用高斯散度定理證明 $\dfrac{1}{6}\iint_S \nabla r^2\cdot\hat{n}dS=V$，其中 S 為一封閉之曲面，其所包圍之體積為 V，$\hat{n}$ 為 S 上面之單位法向量。(5%)

   (c) 利用Stokes定理證明 $\oint_C \vec{r}\cdot d\vec{r}=0$，其中 C 為一封閉之曲線。(5%)

4. 請將下列週期函數改寫成傅立業級數(Fourier series)的形式：

   (a) $f(x)=\begin{cases}-1, & \text{for } -L\le x<0,\\ 1, & \text{for } 0\le x<L.\end{cases}$ (10%)

   (b) $f(x)=\begin{cases}1, & \text{for } -L\le x<0,\\ 0, & \text{for } 0\le x<L.\end{cases}$ (8%)

5. (a) 請以極座標(polar coordinate)表示 Laplace's equation $\nabla^2 u(x,y)=0$。(6%)

   (b) 請解出滿足以下條件的函數 $u(x,y)$：

   $$\begin{aligned}&\nabla^2 u(x,y)=0 \quad \text{for } x^2+y^2<1\\ &u(x,y)=y^2 \quad \text{for } x^2+y^2=1\end{aligned} \quad (10\%)$$

6. (a) 請找出所有滿足 $z^3-8=0$ 的複數解。(6%)

   (b) 設 Γ 是在複數平面上以 $z=1$ 為圓心半徑為 2 的圓。請計算以下的積分：

   $$\oint_\Gamma \frac{2z\,dz}{(z^3-8)(z-1)^2} \quad (10\%)$$