

逢甲大學100學年度碩士班招生考試試題 編號：042 科目代碼：321

科目	統計學	適用系所	財務金融學系	時間	100分鐘
----	-----	------	--------	----	-------

※請務必在答案卷作答區內作答。

共 2 頁 第 1 頁

說明：

- 一、 皆為填充題(寫出最後答案即可)，共計二十題，答對一題得五分。
- 二、 答案一律寫在答案卷第一頁，請務必依序作答並標明題號。
- 三、 試卷空白處和答案卷第二頁之後可供計算。

【題組】隨機變數  $X$  之機率密度函數為  $f(x) = \begin{cases} k(1-x)^2, & \text{for } 0 < x < 1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$ ，請回答下列(1)至(2)題：

- (1) 常數  $k$  的值為何？
- (2)  $X$  的期望值為何？

【題組】假設一木盒中放置三球，編號為1、2和3，若從盒中抽取一球，連取兩次且取後不放回，令  $X$  為第一球的編號， $Y$  為第二球的編號，請回答下列(3)至(5)題：

- (3) 機率  $P(X > Y)$  為何？
- (4)  $X$  和  $Y$  的相關係數為何？
- (5)  $X$  和  $Y$  的變異數為何？

【題組】 $X$  和  $Y$  為服從均等分配  $[0,1]$  (uniform distribution) 的隨機變數，請回答下列(6)至(7)題：

- (6)  $P(|X - Y| \leq 0.5)$  值為何？
- (7) 條件分配  $P(Y \geq X | Y \geq \frac{1}{2})$  值為何？
- (8)  $A$  和  $B$  兩人競選市長，假設選民中有 55% 喜歡  $B$ ，則在樣本個數為 100 的民調中， $A$  的支持度高過  $B$  的機率為何？
- (9) 已知  $f(x) = \frac{1}{\theta}$ ，其中  $0 \leq x \leq \theta$ ，若  $Y = kX$  為  $\theta$  之不偏(unbiased)估計量，請問  $k$  的值為何？

【題組】假設逢甲學生完成期末報告的時間  $X$  之機率分配為：

$f(x) = e^{-(x-10)}$ ，其中  $x > 10$ 。若隨機抽取 5 位逢甲同學，其完成報告時間分別為  $X_1, X_2, \dots, X_5$ ，請回答下列(10)至(11)題：

- (10)  $X_{(1)} = \min(X_1, X_2, \dots, X_5)$  之期望值為何？
- (11)  $X_{(5)} = \max(X_1, X_2, \dots, X_5)$  之期望值為何？

【題組】假設隨機樣本  $X_1, X_2, \dots, X_{25}$  來自機率密度函數  $f(x) = \frac{e^{-\frac{(x-\mu)^2}{32}}}{4\sqrt{2\pi}}$ ，其樣本的平均數  $\bar{X}$

為 20，請回答下列(12)至(13)題：

- (12) 試求  $\mu$  之 95% 的信賴區間 ( $Z_{0.05} = 1.645$  ;  $Z_{0.025} = 1.96$ )。
- (13) 若欲將前一題的信賴區間縮短一半，則應該要有多大的樣本？

【題組】若  $p$  表示在一次試驗中成功的機率，令虛無假設  $H_0 : p = \frac{1}{2}$ ；對立假設  $H_1 : p = \frac{3}{4}$ 。

假設執行此實驗兩次，若兩次皆為成功則拒絕  $H_0$ ，請回答下列(14)至(15)題：

- (14) 型I誤差為何？
- (15) 型II誤差為何？

【題組】利用以下資料，請回答下列(16)至(20)題：

X	-1	0	1	3	4
Y	-3	-1	2	2	5

- (16) 以最小平方法求  $Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$  中  $\alpha$  的估計值？
- (17) 承上題， $\beta$  的估計值為何？
- (18)  $\sigma^2$  的估計值為何？
- (19)  $E(Y | X = 2)$  之 95% 信賴區間為何(以  $t_\alpha$  (自由度) 表示即可)？
- (20) X 和 Y 的樣本相關係數為何？