

中原大學 100 學年度 碩士班 入學考試

3 月 19 日 13:30~15:00

土木工程學系結構組、土木工程學系大地組、土木工程學系水利組

誠實是我們珍視的美德，
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

科目：工程數學

(共 1 頁第 1 頁)

可使用計算機，惟僅限不具可程式及多重記憶者

不可使用計算機

1. 令曲線 $\vec{r}(t) = a \cos t \vec{i} + a \sin t \vec{j}$ ，試求對應的單位切向量和曲率。(10 分)

2. 試求曲面 $z = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 + 4$ ，位於點 $(1, -1, 5)$ 的切平面方程式。(15 分)

3. 試求 $\int_C (2x + y)dx + xydy$ 之值，積分路徑 C 如圖 1 所示。(15 分)

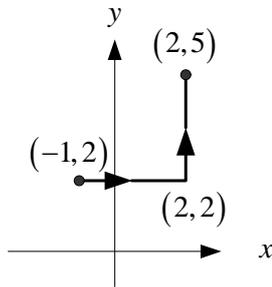


圖 1

4. 試求矩陣 $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 3 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ 的反矩陣。(10 分)

5. 試以待定係數法，求解此常微分方程式： $y'' + y' - 6y = 2e^{-x}$ 。(15 分)

6. 一函數 $f(x)$ 在 $-\pi < x < \pi$ 之間的定義為 (15 分)

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ 1, & 0 < x < \pi \end{cases}$$

且 $f(x)$ 具有 2π 週期，即 $f(x) = f(x + 2\pi)$ 。試求出 $f(x)$ 之傅立葉級數 (Fourier series)。

7. 試以分離變數法，求出下面偏微分方程式的解 $u(x, t)$ (20 分)

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq L, \quad t \geq 0, \quad c \text{ 為常數。}$$

$$\text{邊界條件 (B.C.): } \frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x}(L, t) = 0, \quad t \geq 0$$

$$\text{初始條件 (I.C.): } u(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq L$$