

國立高雄第一科技大學 106 學年度 碩士班 招生考試 試題紙

系所別：電機工程研究所

組別：系統資訊與控制組

考科代碼：2231

考科：工程數學／自動控制

注意事項：

- 1、各考科一律可使用本校提供之電子計算器，考生不得使用自備計算器，違者該科不予計分。
- 2、請於答案卷上規定之範圍作答，違者該題不予計分。
- 3、本考科分工程數學與自動控制兩類題組擇一作答。

工程數學題組

1. 試求解以下微分方程式

$$y'' + 4y' + 4y = 0 \quad (10\%)$$

2. 試求解以下微分方程式

$$x^2 y'' - 4xy' + 6y = \frac{1}{x^4} \quad (10\%)$$

3. 試求解以下微分方程式

$$y'' - 3y' + 2y = e^{2x} + e^{-3x} \quad (10\%)$$

4. 試以拉氏轉換法求解以下微分方程式

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2 \cos(t)$$

假設初值條件為 $y(0) = 3, \dot{y}(0) = 0$

(10%)

5. 試求

$$F(s) = \frac{2s^2 + 1}{s^2 + 3s + 2}$$

之反拉氏轉換 $f(t)$

(10%)

工程數學題組

6. 試求矩陣 A 的行列式值 $|A|$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 20 & 30 & 40 & 10 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 40 & 10 & 20 & 30 \end{bmatrix}$$

(10%)

7. 試求矩陣 A 的反矩陣 A^{-1}

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

(10%)

8. 試求矩陣 A^5

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

(10%)

9. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ 試求得矩陣 A 特徵值 λ_1, λ_2 及特徵向量並證明 A^{-1} 的特徵值為 $\frac{1}{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_2}$

(10%)

10. 試解

$$\frac{dX}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} X$$

(10%)

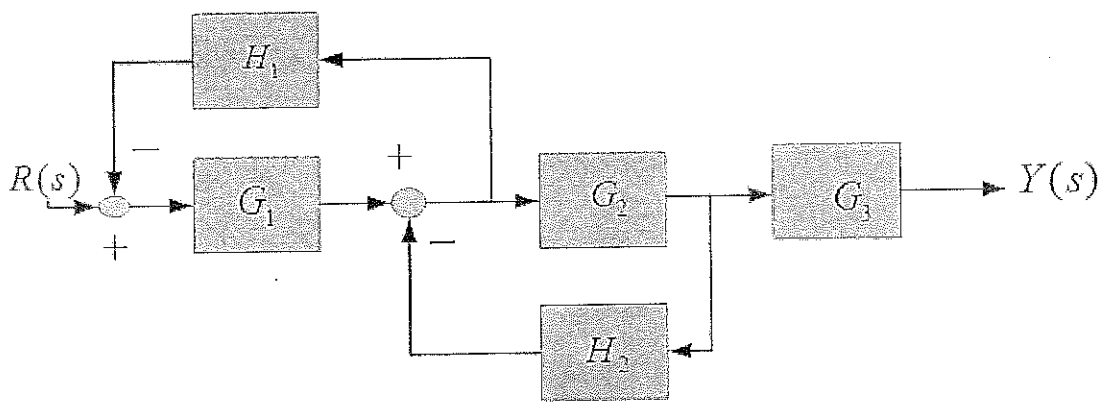
自動控制題組

一、試以拉氏轉換法求解以下微分方程式 (10%)

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 2 \cos(t)$$

假設初值條件為 $y(0) = 3, \dot{y}(0) = 0$

二、系統之方塊圖如圖(一)所示，求其轉移函數 (10%)



圖(一)

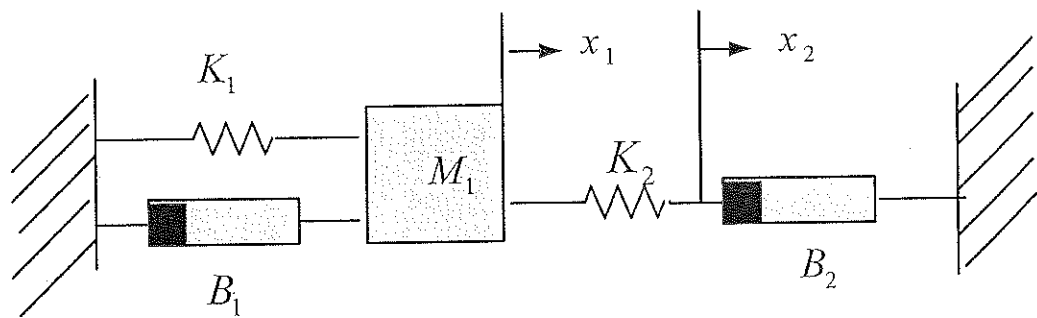
其中 $G_1 = s, G_2 = \frac{1}{s}, G_3 = \frac{2s}{s^2 + 1}, H_1 = \frac{1}{s}, H_2 = s$

三、系統之轉移函數為 (10%)

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+7}{s^3 + 4s^2 + 2s + 8}$$

試繪出狀態圖，並寫出狀態空間之動態方程式

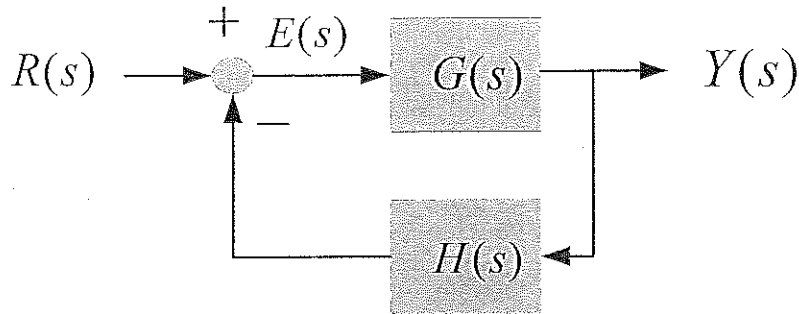
四、試推導出下圖(二)所示之機械系統之動態方程式 (10%)



圖(二)

自動控制題組

五、已知標準回授控制系統如下圖(三)所示， (12%)

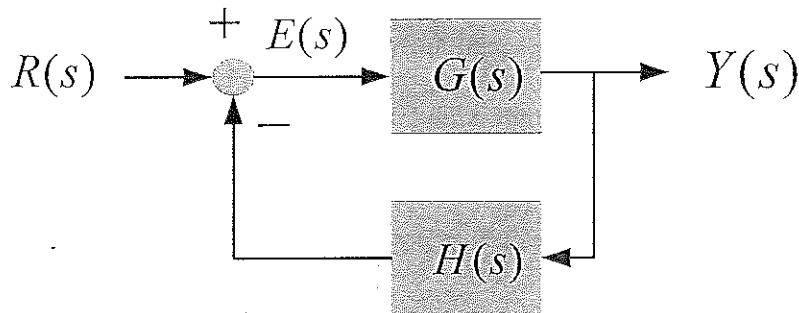


圖(三)

其中 $G(s) = \frac{k}{s(s+1)(s+2)}$, $H(s) = 1$

試求此系統之增益 k 值的範圍以滿足回授系統為 BIBO 穩定。

六、二階系統之方塊圖如圖(四)所示，試求： (26%)



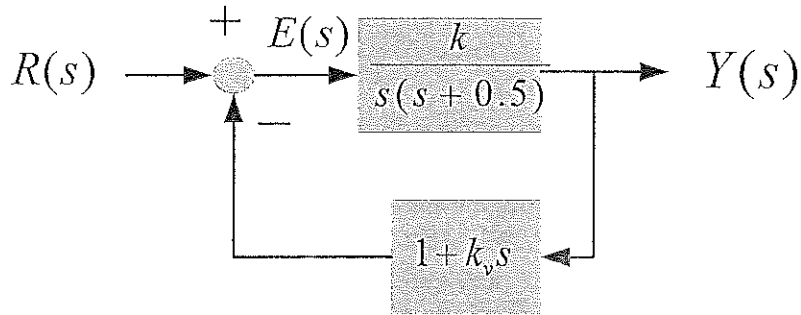
圖(四)

其中 $G(s) = \frac{4}{s(s+2)}$, $H(s) = 1$

- (a) 閉迴路轉移函數 $\frac{Y(s)}{R(s)}$ (2%)
- (b) 寫出特性方程式 (2%)，並求出特性根 (2%)
- (c) 系統阻尼比 ξ (2%) 及自然頻率 ω_n (2%)
- (d) 阻尼因子 α (2%) 及阻尼振盪 ω_d (2%)
- (e) 上升時間 t_r (2%)
- (f) 尖峰時間 t_p (2%)
- (g) 最大超越量 M_p (2%) 及百分比最大超越量 $M_p\%$ (2%)
- (h) 安定時間 t_s (5% 允許誤差帶) (2%)
- (i) 繪出步階輸入概略時間響應圖 (2%)

自動控制題組

七、 伺服控制系統如圖(五)所示，試決定增益 k (6%) 與速度回授增益 k_v 之值 (6%)，以滿足百分比超越量為 20%及上升時間為 1 秒之性能要求



圖(五)

(12%)

八、 控制系統之開迴路轉移函數為

$$G(s)H(s) = \frac{4(2s+1)}{s(s^2 + s + 4)}$$

試繪出其波德圖

(10%)