科目 ： 微積分 　　　　　系所組：金融與國際企業學系
　　　　　　　　　　　　　　　　　金 融 碩 士 班

1. (10 %) Find the derivative of $\log_{x^2} x$ with respect to x.

2. (10 %) Find $\frac{d}{dx} |x^2 - 4|$.

3. (10 %) Find the instantaneous rate of change of the function $f(x) = \log_x 2^x$ at $x = 2$.

4. (10 %) Find the indefinite integral of $\int \sqrt{x}\, e^{\sqrt{x}}\, dx$.

5. (10 %) Find $\int_0^{1/2} \frac{1}{\sqrt{x}\,(1-x)}\, dx$.

6. (10 %) Find the $f'(x)$ if $f(x) = \int_{\ln x}^{x} \frac{e^{xt}}{t}\, dt$.

7. (10%) Find $\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{4x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ if the limit exists.

8. (10 %) Show that $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}x^2}\, dx = 1$.

9. (10 %) Find the radius of convergence of the series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n\, x^n}{5^n}$.

10. (10 %) Let $f(x)$ is a smoothing function. Show that:

    For the nth Taylor polynomial $p_n(x)$ at $x = 0$ of $f(x)$, the error at x, $|R_n(x)| = |f(x) - p_n(x)|$, satisfies

    $$|R_n(x)| \le \frac{M}{(n+1)!} |x|^{n+1}$$

    where M is any number such that $|f^{(n+1)}(t)| \le M$ for all t between 0 and x.

※ 注意： 1. 考生須在「彌封答案卷」上作答。
　　　　　2. 本試題紙空白部份可當稿紙使用。
　　　　　3. 考生於作答時可否使用計算機、法典、字典或其他資料或工具，以簡章之規定為準。