

科目：統計學

系所組：金融與國際企業學系
金融碩士班

注意事項：

- (一) 計算題部分請附上計算過程，且需算出最終的數值答案。
- (二) 推導題部分請附上推導過程，否則不予計分。
- (三) 說明題部分請用簡單的語言來解釋，切勿長篇大論，否則不予計分。

1. (20%) 請計算以下問題：(請附上計算過程，否則不予計分)

(a). 設 $\{X_i\}_{i=1}^{64}$ 代表一組獨立同態(i.i.d.)的 Poisson 分配 (參數 $\lambda=4$)，試計算

$$P\left(\sum_{i=1}^{64} X_i \geq 272\right) = \underline{\hspace{2cm}} \quad (7\%)$$

(b). 麥當勞輔大門市平均製作一份漢堡需要時間 μ 為 200 秒，該門市為了節省製作時間，聘任一資深人員擔任製作流程經理，在該新任經理管理下，任選擇 64 份漢堡來觀察，發現平均製作時間縮少為 190 秒，標準差為 40 秒，試以單尾檢定來回答下列各題：

- (b.1). 在 $\alpha = 2.5\%$ 顯著水準下，求其在 $\mu = 185.2$ 秒時之型二誤差之機率 β 為何？ (6%)
- (b.2). 承上題，若 β 減少至 5%，則 α 應變為多少？ (7%)

2. (20%) 設 (X_1, \dots, X_n) 為抽自母體服從 $N(\mu, \sigma^2)$ 的一組隨機樣本，令

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \text{ 試推導 } \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \text{ 的機率密度函數。}$$

《Note》：推導過程(含 12%)，機率密度函數(含分配名稱 2%、參數 2%、機率函數 4%)

3. (15%) 令隨機變數 T 服從 t 分配，請推導 $T = \frac{Z}{\sqrt{\chi^2(v)/v}} = F(1, v)$ ，其中 Z、F

分別為服從標準常態分配及 F 分配的隨機變數， v 為常數。

- ※ 注意：1. 考生須在「彌封答案卷」上作答。
- 2. 本試題紙空白部份可當稿紙使用。
- 3. 考生於作答時可否使用計算機、法典、字典或其他資料或工具，以簡章之規定為準。

科目：統計學

系所組：金融與國際企業學系
金融碩士班

4. (16%) 請嘗試說明以下問題的經濟意涵：

- (a). 隨機變數 Z 的平方等於隨機變數 W ，其中隨機變數 Z, W 分別為服從標準常態分配及自由度為 1 的卡方分配。(8%)
- (b). 為何 R^2 需要被調整？並請說明「調整後 R^2 」其函數的經濟意涵。(8%)

5. (15%) 設 (X_1, \dots, X_n) 及 (Y_1, \dots, Y_n) 分別抽自 $N(\mu, \sigma^2)$ 及 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 的獨立隨機樣本，令 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ， $\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$ 且 $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ ，

$$S_1^2 = \frac{1}{n_1-1} \sum_{i=1}^{n_1} (Y_i - \bar{Y})^2$$

，在 $\mu, \sigma^2, \mu_1, \sigma_1^2$ 皆未知下，欲檢定 $\begin{cases} H_0 : d_0 \sigma^2 = d_1 \sigma_1^2 \\ H_1 : d_0 \sigma^2 \neq d_1 \sigma_1^2 \end{cases}$ ，

其中 d_0, d_1 為已知常數，試推導其檢定統計量為何。(10%) 又拒絕域為何？(5%)

6. (14%) 請利用普通最小平方法(OLS method)來估計下列迴歸模型：

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i \quad (\text{亦即請估計模型之迴歸參數 } \hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$$

其中， $i=1, 2, \dots, n$ ，且 $\varepsilon_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$

※ 注意：1. 考生須在「彌封答案卷」上作答。

2. 本試題紙空白部份可當稿紙使用。

3. 考生於作答時可否使用計算機、法典、字典或其他資料或工具，以簡章之規定為準。