

東吳大學 100 學年度碩士班研究生招生考試試題

第 1 頁，共 1 頁

系級	企業管理學系碩士班 C 組	考試時間	100 分鐘
科目	微積分	本科總分	100 分

1. 求下列極限值。若極限值不存在，請詳述理由。

(1-1) (6%) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|}{x-1}$

(1-2) (6%) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \ln \left(\frac{1+e^x}{2} \right)$

(1-3) (8%) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$

2. 求下列函數之一次微分。

(2-1) (6%) $\sqrt{x}e^{-x}$

(2-2) (6%) $(3x^2 + 5x)e^{2x}$

(2-3) (8%) $\sqrt{1+e^{\sqrt{3+x^2}}}$

3. 求下列函數之積分。

(3-1) (6%) $\int x^3 \sqrt{x^4 + 5x} dx$

(3-2) (6%) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

(3-3) (8%) $\int x^2 e^{5x} dx$

4. (20%) 令 $G(x) = 3 \int_x^\infty (z-x)e^{-z} dz + 2 \int_0^x (x-z)e^{-z} dz$ ，求 $G(x)$ 之最小值 G^* ，與 $x^* \in [0, \infty)$ 使得 $G(x^*) = G^*$ 。

5. (20%) 說明當 $0 < x < 2$ ， e^x 對 $x=0$ 展開的三階泰勒級數是較 $\frac{2+x}{2-x}$ 更貼近於 e^x 的近似函數。