

# 國立臺灣師範大學 105 學年度碩士班招生考試試題

科目：基礎數學

適用系所：科學教育研究所

注意：1.本試題共 1 頁，請依序在答案卷上作答，並標明題號，不必抄題。2.答案必須寫在指定作答區內，否則依規定扣分。

1. 令  $f(x) = \int_1^x (1+t^3)^{1/3} dt$ ，請回答以下問題。

(a) (5分) 求  $f'(x)$  與  $f''(x)$ 。

(b) (5分) 指出  $f(x)$  在何處遞增、何處遞減以及所有的臨界點。

(c) (10分)  $f(x)$  在實數線上是否有極大值或極小值？如果有的話請指明這些極值在何處發生以及極值為何，如果沒有的話請說明為何沒有。

(d) (5分) 請指出  $f(x)$  的圖形凹口性質(凹向上或凹向下)。

(e) (5分) 利用上述資訊描繪  $y = f(x)$  的圖形。

2. (15分) 現有一半徑為 2 的球面，其球心位於空間中的原點。假設我們剪下該球面介於  $x = -1$  至  $x = 1$  之間的部分，求剪下的曲面的面積。

3. (15分) 求以下積分  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2 + 4}} dx$

4. 令  $W = \text{span}\{(1, 2, 1), (-2, 1, 1)\}$ ，回答下列問題。

(a) (5分) 求一組  $W$  上面的正規化基底(orthonormal basis)。

(b) (5分) 求一組  $W^\perp$  上面的正規化基底。

(c) (10分) 考慮空間中任一點  $P(x, y, z)$ ，現在假設光線從無窮遠處沿著  $W^\perp$  方向照射至  $W$ ，

請問  $P(x, y, z)$  在  $W$  上的投影點的座標。

5. (20分) 假設矩陣  $A = \begin{pmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & -2 \\ -7 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 。請問  $A$  是否可對角化？請說明原因。