

國立聯合大學 106 學年度碩士班考試招生

電機工程學系碩士班 入學考試試題

科目： 工程數學 第 1 頁共 1 頁

1. 求解下列初始值問題，並列出計算步驟。

(a) $y'' + 4y = 8x^2$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 0$ (8%)

(b) $x^2y'' + 2xy' - 6y = 0$, $y(1) = 0.5$, $y'(1) = 1.5$ (8%)

2. 求解矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ 的特徵值與其對應的特徵向量。(12%)

3. (a) 求解步階函數(unit step function) $u(t - a) = \begin{cases} 0, & \text{if } t < a \\ 1, & \text{if } t > a \end{cases}$ 的拉氏轉換(Laplace transform)。(6%)

(b) 以上述結果，求解函數 $f(t) = \begin{cases} e^{-t}, & \text{if } t < \pi \\ 0, & \text{if } t > \pi \end{cases}$ 的拉氏轉換結果。(8%)

4. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$. 求解：(a) $|A^T|$; (b) $|A^3|$; (c) $|A^T A|$; (d) $|5A|$ 。(8%)

5. 基本週期就是最小的正數週期，求解下列週期函數的基本週期： $\cos x$, $\sin x$, $\cos 2x$, $\sin 2x$, $\cos 2\pi x$, $\sin 2\pi x$ 。(6%)

6. 已知被積函數 $F = [x + y, y + z, z + x]$ 與曲線 $C: \mathbf{r} = [4 \cos t, \sin t, 0]$, $0 \leq t \leq \pi$ ，試計算其線積分。(14%)

7. 已知函數 $f(x) = \begin{cases} -k, & \text{if } -2 < x < 0 \\ k, & \text{if } 0 < x < 2 \end{cases}$, $p = 2L = 4$ 。試計算此函數的傅立葉級數。(14%)

8. 使用 Gram-Schmidt 單範正交化的過程，將以下給定的 R^3 基底 $B = \{(4, -3, 0), (1, 2, 0), (0, 0, 4)\}$ 轉換成單範正交基底(Orthonormal basis)。(16%)