

國立中山大學 106 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：基礎數學【應數系碩士班甲組】

題號：424001

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答申論題)

共 1 頁第 1 頁

共十題，每題 10 分。答題時，每題都必須寫下題號與詳細步驟。

請依題號順序作答，不會作答題目請寫下題號並留空白。

1. 設 $a_n = \sqrt{1 \times 2} + \sqrt{2 \times 3} + \cdots + \sqrt{n(n+1)}$ ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 之值為？
2. 已知座標平面上點 $P_n(x_n, y_n)$ 滿足 $(x_{n+1}, y_{n+1}) = (7x_n + 3y_n, 3x_n + 7y_n)$ ， n 為非負的整數，其中 $(x_0, y_0) = (1+a, 1-a)$ ， $a \in \mathbb{R}$ ，且 $a \neq 0$ 。若 O 表座標平面的點，試求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n} \log \overline{OP_n}$ 之值。
3. 計算 $\sum_{k=1}^{20} k^4$ 之值。
4. 設 $f(x) = \frac{\prod_{k=0}^{50} (x-2k)}{\prod_{k=1}^{50} (x+k)}$ ，求 $\log_2 f'(0)$ 值。
5. 若直線 $y = 3x + a$ 與曲線 $y = x^3 + 2$ 有三相異交點，求 a 的範圍。
6. 若曲線 $y = 2x - x^2$ 與 x 軸所圍部分面積被直線 $y = mx$ 二等分，則實數 m 之值為何？
7. 試證：半徑為 r 的球體的體積為 $\frac{4}{3}\pi r^3$ 。
8. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，若 $A^3 + aA^2 + bA + cI = O$ ，求 $a + b + c$ 。
9. 令 Ω 為直線 $y - x = 1$ ， $y - x = 2$ ， $2x + y = 0$ ， $2x + y = 2$ 所圍成的區域。計算 $\iint_{\Omega} (y-x)(2x+y) dA$ 。
10. 求函數 $f(x, y) = xy$ 在曲線 $x^2 + xy + y^2 = 1$ 上之最大值，最小值及其所在之點。