

國立高雄大學一百學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：工程數學
考試時間：100 分鐘

系所：
電機工程學系(光電組)
本科原始成績：100 分

是否使用計算機：是

注意事項：請先作答微分方程試題，並依照題號順序作答。

一、微分方程 (50%)

- (10%) Solve $(x^2 + 2y^2) \frac{dx}{dy} = xy, y(-1) = 1.$
- (10%) Solve $\left(\frac{1}{t} + \frac{1}{t^2} - \frac{y}{t^2 + y^2}\right) dt + \left(ye^y + \frac{t}{t^2 + y^2}\right) dy = 0.$
- (10%) Solve $y'' - 2y' + 2y = e^{2x}(\cos x - 3\sin x).$
- (10%) Solve $y'' + 5y' - 6y = 10e^{2x}, y(0) = 1, y'(0) = 1.$
- (10%) Use the Laplace transform to solve $y'' + 6y' + 5y = t - tu(t-2), y(0) = 1, y'(0) = 0.$

二、線性代數 (50%)

- (10%) Find the inverse transformation of
$$\begin{cases} y_1 = 2x_1 + 4x_2 + x_3 \\ y_2 = x_1 + 2x_2 + x_3 \\ y_3 = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \end{cases}.$$
- (10%) Find a matrix \mathbf{C} such that $Q = \mathbf{x}^T \mathbf{C} \mathbf{x}$, where Q equals $-3x_1^2 + 4x_1x_2 - x_2^2 + 2x_1x_3 - 5x_3^2.$
- (15%) (a) $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, compute $e^{\mathbf{A}t}.$

(b) $\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X}$, find the general solution of $\mathbf{X}.$
- (15%) $\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{X}$, find the general solution of $\mathbf{X}.$