

考試科目	微積分	所別	科技管理研究所 學士班甲組 4191	考試時間	2月26日(日) 第三節
------	-----	----	-----------------------	------	--------------

注意事項：1、請將算式以及推導過程臚列清楚。
2、每題 10 分，注意時間的分配。

一、試求以下極限值：

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\ln x}{x-1}\right)$$

二、試求不定積分 $\int \sin^5 x \cdot \cos^2 x dx = ?$

三、已知 $y = x^{\sqrt{x}}$ ，試求 $\frac{dy}{dx} = ?$

四、請問方程式 $f(x) = |x|$ 是否可微分 (differentiable) ?

五、已知 $y = xe^x$ ，試求 n 階微分 (nth derivative) $\frac{d^n y}{d^n x} = ?$ (5 分)

六、求 $f(x) = x^4 - 4x^3$ 的反曲點 (Inflection points) 的座標。

七、 $x^3 + y^3 = 6xy$ ，求 $\frac{dy}{dx} = ?$ 此曲線的切線為水平者有兩個點，為垂直者也有兩個點，請列出這四個點的座標。(15 分)

八、試求 $\int_0^1 (1-x^2)^n dx$ 的值？

九、請求出以下微分方程的解： $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2}(y^2 - 1)$ ， $y(0) = 2$ 。

十、當用泰勒展開式 (到二階微分) 估計 $f(x) = \sqrt[3]{x}$ 的解時，在 $7 < x < 9$ 區間的誤差值在多少範圍內？