

## 國立聯合大學 100 學年度研究所入學考試試題

系 所： 電子工程學 系(所) 組

科 目： 工程數學 第 1 頁共 1 頁

(1) 微分方程式  $1+(3x-e^{-2y})y'=0$  (a) 爲使此微分方程式成爲正合 (exact) 微分方程式，求僅爲  $y$  函數的積分因子  $\mu(y)$  (b) 求通解 (5%\*2=10%)

(2) 微分方程式  $y''+y'-12y=0$  (a) 求通解 (b) 求滿足初始條件  $y(0)=2$  與  $y'(0)=-1$  的特解 (5%\*2=10%)

(3) 微分方程式  $y''+2y'-3y=4e^x-3x$  (a) 利用未定係數法 (method of undetermined coefficients)，求特解  $y_p(x)$  (b) 求通解 (5%\*2=10%)

(4) 有如下之微分方程式初值問題

$$y''-5y'+6y=f(t); y(0)=0, y'(0)=1 \quad \text{其中 } f(t)=\begin{cases} 1 & \text{for } 0 \leq t \\ 0 & \text{for } t < 0 \end{cases}$$

使用拉氏轉換 (Laplace Transform)，求 (a)  $Y(s)$  (b)  $y(t)$  (其中  $Y(s)$  爲  $y(t)$  的拉氏轉換) (5%\*2=10%)

(5) 有如下之微分方程式初值問題

$$y''-2y'-8y=f(t); y(0)=1, y'(0)=0$$

使用拉氏轉換 (Laplace Transform)，求 (a)  $Y(s)$  (b)  $y(t)$  (其中  $Y(s)$  爲  $y(t)$  的拉氏轉換) (5%\*2=10%)

(6) 若三度空間中有三個非零向量  $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{v}$  及  $\mathbf{w}$ ，它們的點積關係是  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = 0$  且  $\mathbf{v} \cdot \mathbf{w} = 0$ ，這是否隱含著  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{w} = 0$ ？是，請證明之；否則提出反證，說明之。(5%)

(7) 請計算說明三度空間向量  $(1, 2, -1)$ 、 $(1, 0, 1)$  及  $(3, -2, 5)$  是線性獨立還是線性相依。(10%)

(8) 請計算說明三度空間向量  $(5, -1, 2)$ 、 $(2, 0, 1)$  及  $(1, -1, 1)$  是否可爲三度空間之基底。(10%)

(9) 請將矩陣  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 4 & 12 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$  分解成  $\mathbf{A} = \mathbf{LDL}^T$ ，其中  $\mathbf{L}$  是對角線元素皆爲 1 之下三角矩陣， $\mathbf{D}$  是對角矩陣。(10%)

(10) 試判斷方陣  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & 3 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  可否對角化。若可對角化，試求出其對角化矩陣。(5%+10%)