

環境與安全衛生工程系 入學考試試題

科目： 工程數學 第 1 頁共 1 頁

一、請判別下列各式正確(○)與錯誤(x)? [A]為mxm矩陣, [B]為mxm矩陣, [I]為mxm單位矩陣。向量

$$F = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}; G = d\vec{i} + e\vec{j} + f\vec{k}; H = g\vec{i} + h\vec{j} + p\vec{k} \quad (10\%)$$

(a) 若 $[B]=2[A]$ 則 $|B| = 2|A|$ (說明: $|B| = \det(B)$)

(b) 若 $[A][B]=[A][C]$ 則 $[B]=[C]$

(c) $[[A]+[B]]^T = [A]^T + [B]^T$

(d) $(F+G) \cdot H = F \cdot H + G \cdot H$

(e) 若 $|A|=0$ 則 $[A]^{-1}$ 不存在

二、將下列展開成傅立葉級數(Fourier series) (15%)

$$f(x) = -1 \text{ for } -2 < x < 0, f(x) = 1 \text{ for } 0 < x < 2$$

三、(a) Find the general solution of $(xe^y - e^x)y' + (e^y - ye^x) = 0$ (15%)

(b) Find a particular solution: $yy' + 4x = 0, y(0) = 3$ (10%)

四、請解下列問題:

(a) 請求出 $\frac{2}{(s-1)^3}$ 的拉布拉斯轉換(Laplace transform) (5%)

(b) 請求出 $[\frac{3s+17}{s^2-7}]$ 的拉布拉斯逆轉換 (Inverse Laplace transform) (5%)

(c) 請以 Laplace transform 求下列方程式之解: $(1-t)y'' + ty' - y = 0; y(0) = 3, y'(0) = -1$ (15%)

五、請解下列問題

(1) 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 6 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ 是否具有逆矩陣 A^{-1} ? 若有 A^{-1} 請求出 A^{-1} ? (5%)

(2) 請求出矩陣 A 之特徵值(eigenvalue)及特徵向量(eigenvector)? (10%)

(3) 請求出下列系統方程式之通解: (10%)

$$x_1' = x_1$$

$$x_2' = 2x_1 + 4x_2$$

$$x_3' = 6x_1 + 4x_2 + 2x_3$$