國立中山大學100學年度碩士班招生考試試題

科目：微積分【海下海物所碩士班選考】

微積分（海下海物研究所碩士班選考）

1. Find out the first derivative of the following function involving with a natural logarithm, (10 %)

$$f(x)=\ln(7x-14)$$

2. Find the integral of $\int e^x \cos x\, dx$ (10 %)

3. Find the integral of $\int \frac{dx}{x^2-4}$ (10 %)

4. Consider a surface described by the following function *f* in *xyz*-space. Calculate the volume of the solid defined by *f* with respect to the square region in the *xy*-plane whose edges are $x = -1$, $x = 1$, $y = -1$, and $y = 1$ (20 %)

$$f(x,y)=3x^2+3y^2+1$$

5. 求 $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^{-1}2x}{\sin^{-1}x}$ 的極限值（5%）。

6. 假設波速 c (單位 m/s) 爲位置 x (單位) 的函數：

$$c=\frac{x^2}{1000}$$

求此波由 ***x=40*** 傳到 ***x=10*** 需要多少時間。（10% ）

7. S 爲球面 $x^2+y^2+z^2=4$

$\vec{F}(x,y,z)=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ ，

求 $\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$ 。（20%）

國立中山大學100學年度碩士班招生考試試題

科目：微積分【海下海物所碩士班選考】

8. 爲計算積分 $I = \int_0^\infty e^{-x^2} dx$

先求其平方

$$I^2 = \left(\int_0^\infty e^{-x^2} dx \right) \left(\int_0^\infty e^{-y^2} dy \right) = \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-x^2-y^2} dxdy$$

再轉換爲極座標

$$I^2 == \int_0^a \int_0^b e^{-r^2} r dr d\theta$$

請問　(a)上式之積分上限 a、b 是多少？（5%）

(b) 積分 I 是多少？（10%）