

- (1. 務必在試題紙上作答，且務必按試題順序作答。請盡力發揮。)
 (2. 作答務必簡潔，列出重要演算步驟，最後答案不需是數字但必需是最簡化的結果。)

1. 解下列方程式： $y' + y \tan x = \sin 2x, y(0) = 1$. (10%)
2. 解下列方程式： $y'' + y = 2t, y(\frac{1}{4}\pi) = \frac{1}{2}\pi, y'(\frac{1}{4}\pi) = 2 - \sqrt{2}$. (10%)
3. 求 Maclaurin series of $f(z) = \frac{1}{(1-z^3)}$, at $z_0 = 0$. (10%)
4. 一個 $|z| = 2$ 的圓形，經 $w = z + \frac{1}{z}$ 映射(mapping) 後，會是何樣圓形？
 (提示： $z=x+iy, w=u+iv$). (10%)
5. 求 (a) $\nabla f(\mathbf{r})$, (b) $\nabla \cdot (\mathbf{r}f(\mathbf{r}))$, and (c) $\nabla \times (\mathbf{r}f(\mathbf{r}))$, (提示： $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$). (9%)
6. 解下列方程式： $X' = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 3e^t \\ e^t \end{bmatrix}$. (9%)
7. 求 $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^4} = ?$ (9%)
8. 證明 $\cos(\theta) + \cos(\theta + \alpha) + \dots + \cos(\theta + n\alpha) = \frac{\sin \frac{1}{2}(n+1)\alpha}{\sin \frac{1}{2}\alpha} \cos(\theta + \frac{1}{2}n\alpha)$. (7%)
9. 敘述你(妳)可想到關於此方程式， $z = 2 + 2i$ ，之任何數學觀念和應用。(8%)
10. 簡述下列名詞及其重要性所在：(18%)
 - (a) Bessel's Functions
 - (b) Laplace Method
 - (c) Green's Theorem
 - (d) Taylor's Series
 - (e) Cauchy-Riemann Equation
 - (f) Spline interpolation