編號：轉024-3

科目	微積分(A)	適用系別	二年級(一)組群、(四)組群、(五)組群、(六)組群、應用數學系	時間	80分鐘

※ 請務必在答案卷作答區內作答 ※　　　共二頁第一頁

一、 是非與填充題(70%)【共14格，每格5分，<u>不用列計算過程</u>】

(A) 1~7題為是非題，請依序註明題號，填答於答案卷上。若認為敘述正確者，請填圈○；若認為敘述錯誤者，請填叉╳。

1. ( ) The value of the limit $\lim_{x \to -1} \dfrac{x^2 - x - 2}{x + 1}$ is -3.

2. ( ) The derivative of the function $f(x) = \int_x^1 \sqrt{1+t^2}$ is $f'(x) = \sqrt{1+x^2}$.

3. ( ) The function $f(x) = x^3 - \dfrac{3}{2}x^2$ is decreasing on the interval $(0,1)$.

4. ( ) The series $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1+3^n}{2^n}$ is convergent.

5. ( ) The series $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{\sqrt[4]{n}}$ is divergent.

6. ( ) The equation $\dfrac{x^2}{3} + \dfrac{y^2}{9} = 1$ is a level curve of the function $f(x,y) = \sqrt{9 - 3x^2 - y^2}$.

7. ( ) The function $f(x,y) = x^3 - 12xy + 8y^3$ has a local maximum at the point $(0,0)$.

(B) 8~14題為填充題，請依序註明題號，填答於答案卷上(不需計算過程)。

8. $\lim_{x \to 0} \dfrac{\sin 3x}{x} = \underline{\hspace{3cm}}$.

9. $\int_{-\pi/3}^{\pi/3} x^4 \sin x \, dx = \underline{\hspace{3cm}}$.

10. If $f(x) = 3 + x + e^x$, then $\left(f^{-1}\right)'(4) = $ _____. $\left(\dfrac{d}{dx}e^x = e^x\right)$

11. $\displaystyle\int_0^1 \sqrt{1-x^2}\,dx = $ _____.

12. $\displaystyle\lim_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{x-1} = $ _____. $\left(\dfrac{d}{dx}\ln x = \dfrac{1}{x}\right)$

13. If $f(x,y) = x^3 + x^2 y^3 - 2y^2$, then $\displaystyle\lim_{h\to 0}\dfrac{f(2+h,1)-f(2,1)}{h} = $ _____.

14. $\displaystyle\int_0^3\int_{-1}^1 \left(x^2 + y^2\right)dy\,dx = $ _____.

二 、計算題(30%)，請依序註明題號，填答於答案卷上，須詳列計算過程，無計算過程者，不予計分。

1. (a) Find $\dfrac{d}{dx}\sin\left(\dfrac{x}{\sqrt{x+1}}\right)$. $\left(\dfrac{d}{dx}\sin x = \cos x\right)$

   (b) Find $\dfrac{\partial}{\partial y}\sin^{-1}(ye^{xy})$. $\left(\dfrac{d}{dx}\sin^{-1}x = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$

2. (a) Find $\displaystyle\int x\sqrt{x+3}\,dx$. （利用代換積分，設 $u = x+3$）

   (b) Find $\displaystyle\int_0^1\int_{\sqrt{y}}^1 \sqrt[3]{x^3+1}\,dx\,dy$. （考慮改變積分的順序）

3. (a) Find $\displaystyle\int \sin(\ln x)\,dx$. （利用分部積分，設 $u = \sin(\ln x)$，$dv = dx$）

   (b) Find $\displaystyle\int \dfrac{1}{x^2\sqrt{16-x^2}}\,dx$. （利用三角代換，設 $x = 4\sin\theta$，$\theta \in (-\dfrac{\pi}{2},0)\cup(0,\dfrac{\pi}{2})$）