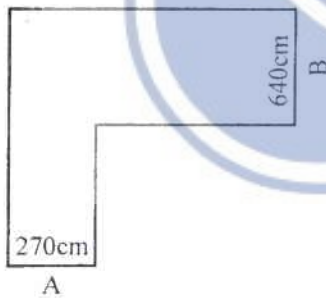


考試科目	微積分 41912 4194A	所別	科技管理與 智慧財產研究所	考試時間	2月27日(六)第一節
------	-----------------------	----	------------------	------	-------------

- 注意事項：** (1) 請將算式以及推導過程臚列清楚，若無顯示過程則不予計分。
 (2) 禁止使用計算機。
 (3) 配分權重如各題後所示，請注意應答時間分配。

1. 已知 $y^x = x^y$ ，試求 $\frac{dy}{dx}$ 。(10%)
2. 設 $y = \sin(a \sin^{-1} x)$ ，求證 $(1 - x^2)y'' - xy' + a^2y = 0$ 。(10%)
3. 已知 $y = f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$ ，且 $x \neq 0$ ，試求 $y = f(x)$ 的垂直漸進線與水平漸進線。(15%)
4. 令 X 為連續隨機變數，其機率密度函數如下：

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(1 - x^4), & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$
 試求 X 的期望值與變異數。(15%)
5. 有兩條走道，其一走道寬 270 公分，另一走道寬 640 公分，兩條成直角交會，如下示意圖。若欲將一條鋼筋水平拿著由 A 處走到 B 處，求鋼筋最長可通過之長度。(15%)



6. 某代工廠的生產函數為 $P(C, L) = 100C^{2/5}L^{3/5}$ ，其中 C 與 L 分別代表資本財與勞動力的單位數量。每單位的資本財成本為 300 元，每單位的勞動力成本為 150 元。若每小時所能使用的資本財及勞動力限制為 7500 元，求資本財與勞動力的配置數量使產能為最大。(15%)
7. 請出一題具有程度鑑別度與挑戰性的微積分考題。請說明該考題欲鑑別何微積分基礎能力，並給予詳解 (本題給分依據題目之挑戰性與詳解之正確性為基準)。(20%)