

# 國立臺北科技大學 105 學年度碩士班招生考試

系所組別：1111、1112、1120

機械工程系機電整合碩士班甲、乙組

## 第二節 工程數學 試題

第一頁 共一頁

### 注意事項：

1. 本試題共五題，每題 20 分，共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

一、試求下列微分方程式之一般解：

1.  $x^2 y'' - xy' + y = 0$ ,  $y(1) = 1.5$ ,  $y'(1) = 0.25$  (10%)
2.  $y'' - 2y' + y = 35x^{3/2}e^x$  (10%)

二、試利用拉氏轉換求解下列問題：

1.  $F(s) = \ln \frac{s+1}{s+2}$  若  $\mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} = f(t)$ , 試求出  $f(t)$  (10%)
2.  $y'' + 16y = 4\delta(t - 3\pi)$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 0$  (10%)

三、若  $A = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ , 試求解下列問題：

1. 試求矩陣  $A$  之特徵值與特徵向量 (10%)
2. 試將矩陣  $A$  對角化 (5%)
3. 試求矩陣  $A^{50}$  (5%)

四、試求下列函數之傅立葉級數之係數與傅立葉轉換：

1. 試求  $f(t) = \begin{cases} -2 & \text{if } -\pi < t < 0 \\ 2 & \text{if } 0 < t < \pi \end{cases}$ ,  $f(t+2\pi) = f(t)$  傅立葉級數之係數 (10%)
2. 試求  $f(t) = e^{-2|t-1|}$  之傅立葉轉換 (10%)

五、試求下列複數函數之問題：

1. 若  $z = \cos^{-1} 5$  試求複數函數  $z$  之所有值 (10%)
2. 試針對下列條件，計算  $\oint_C \frac{z+i}{z-3i}$  之積分：
  - (1) 其中  $C: |z-i|=1$  (5%)
  - (2) 其中  $C: |z-i|=3$  (5%)