國立聯合大學 105 學年度碩士班考試招生

電機工程研究所 入學考試試題

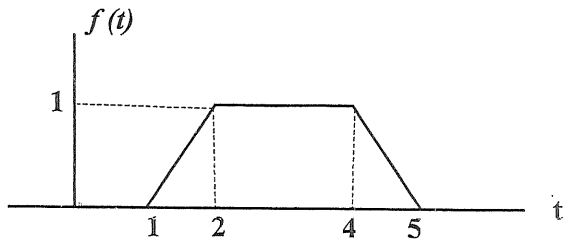
科　目：工程數學　　第 1 頁共 1 頁

1. (a)求微分方程 $y''+y'-2y=0$ 之通解(general solution)，及 $y'(0)=0,\ y(0)=3$ 時之特解(particular solution) (8%)
   (b)解微分方程 $y''-2y'=e^x \sin x$ (8%)

2. (a)假設$f(x)$ 是一週期函數，其週期為$2T$，請寫出$f(x)$ 之Fourier級數公式(包含其係數之公式) (4%)
   (b)將函數$f(x)=\begin{cases}0, & -2\le x<0\\ 1, & 0\le x<2\end{cases}$ 展開成Fourier級數(可視$f(x)$ 之週期為4) (9%)

3. (a)已知$f(t)$ 之Laplace轉換為$L\{f(t)\}=\dfrac{s^2+2}{s(s+1)(s+2)}$，求$f(t)$ (5%)
   (b)已知y 之Laplace轉換為$L\{y\}=\dfrac{2s+5}{s^2+4s+13}$, 求$y$ (5%)
   (c)若 y 之Laplace轉換為$L\{y\}=\ln\dfrac{s+1}{s-1}$, 求$y$ (5%)
   (d)設有函數$f(t)$定義如下(右圖)，試求其Laplace轉換 (6%)

$$f(t)=\begin{cases}0 & t<1\\ t-1 & 1<t<2\\ 1 & 2<t<4\\ -(t-5) & 4<t<5\\ 0 & t>5\end{cases}$$



4. 假設 A, B,與C 是三個非零的nxn矩陣使得AC=BC，則A=B 必為真嗎? 証明你的答案 (4%)

5. .矩陣$A=\begin{bmatrix}3 & 2 & -3\\ -3 & -4 & 9\\ -1 & -2 & 5\end{bmatrix}$，(a)求其特徵方程式及特徵值; (5%) (b)其特徵值對應之特徵向量 (6%)

6. 矩陣$A=\begin{bmatrix}4 & -1 & -1\\ 2 & 2 & 3\\ 5 & -2 & -2\end{bmatrix}$，試求(a) $|A^T|$, (b) $|A^5|$, (c) $|A^TA^2|$, (d) $|-5A|$, and (e) $|A^{-1}|$ (10%)

7. 試用高斯消去法(Gaussian elimination),反矩陣(inverse matrix) and Cramer's rule三種方法解下列聯立方程式 (12%)

$$\begin{aligned}x_1-2x_2+3x_3&=9\\ -x_1+3x_2&=-4\\ 2x_1-5x_2+5x_3&=17\end{aligned}$$

8. (a)已知函數$f(z)=\dfrac{-3z+4}{z(z-1)(z-2)}$ 求圍線積分$\oint_c f(z)dz$, 其中C為圓$|z|=\dfrac{3}{2}$ (5%)
   (b)求 $I=\int_0^{2\pi}\dfrac{d\theta}{2-\sin\theta}$ (8%)