

1. (20%) 利用 冪級數(Power series)法求解下列二階 ODE： $y'' + 2xy' + (1+x^2)y = 0$ ， $y(0)=3$ ，

$$y'(0) = -1。$$

2. (20%) 利用 高斯消去法(Gaussian elimination)法求解 $Ax=b$ ，其中 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 & 0 \\ 3 & 6 & 4 & 24 & 3 \\ 1 & 4 & 4 & 12 & 3 \end{bmatrix}$ ，

$$b = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}。$$

3. 令向量 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & -3 \\ 3 & 1 & -2 \end{bmatrix}$ 。

(a) (5%) 求 A 的特徵值(eigenvalue)。

(b) (5%) 求 A 的特徵向量(eigenvector)。

(c) (5%) 求 A 的對角矩陣(diagonal matrix)。

(d) (5%) 計算 A^{10} 。

4. (20%) 若一向量場 $F(x,y,z)$ 為保守場(Conservative)，則 F 須滿足何種條件？

5. (20%) 求 xe^{-x^2} 的傅立葉轉換(Fourier transform)。