

# 東海大學 104 學年度碩士班招生考試試題

考試科目：基礎數學

應考系組：統計系甲組

科目代碼：47111

考試日期：104 年 03 月 08 日 第 3 節 使用計算機：可

共 | 頁，第 | 頁

1(16%)請寫出下列線性方程組之解集合。

a(8%)  $x-3y+z=2,$

$$3x-8y+2z=5,$$

$$3x-7y+z=4.$$

b(8%)  $x_1+2x_2-3x_3+x_4=2,$

$$3x_1+6x_2-8x_3-2x_4=1.$$

2(8%)請寫出向量  $\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$  在平面子空間  $x+y-2z=0$  上的投影。

3(8%)請寫出由三維空間中投影到平面子空間  $x-y+z=0$  上的投影矩陣。

4(8%)設矩陣  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 0 \\ -1 & r & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ , 請寫出可使矩陣  $A$  為可逆之所有  $r$  之值。

5(10%)設  $W$  為  $\mathbb{R}^4$  的 subspace,  $S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$  為其一組基底。請用

Gram-Schmidt process 求出  $W$  的一組 orthonormal 基底。

6(14%) 解以下不等式：a(7%)  $|2x+1| < |4-x|$ . b(7%)  $||x|-3| < |x-5|$ .

7(24%) 請計算下列積分。

a(8%)  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{4}(y^2-4y)} dy$ . b(8%)  $\int_0^1 y^4(1-y)^5 dy$ . c(8%)  $\int_0^{\infty} y^3 e^{-\frac{y}{2}} dy$ .

8(12%)請計算下列極限值。

a(6%)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( 1 - \frac{(1 + \frac{1}{x})^x}{e} \right)$ . b(6%)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\tan x - x}{x - \sin x} \right)$ .