

考試科目	微積分	所別	財政所	考試時間	2月27日(日)第4節
------	-----	----	-----	------	-------------

1. 假設某消費者的效用函數為 $u(x, y) = x^3 + xy + y^2$ ，試求其無異曲線的切線斜率。(12%)
2. 試利用微分證明邊際成本線會通過平均成本線的最低點。(12%)
3. 在經濟學中通常會以所謂的絕對風險係數， $r(W) = -\frac{u''(W)}{u'(W)}$ ，來衡量一個人的風險趨避程度，其中 W 代表某人的財富水準， $u(W)$ 為其效用函數，而效用水準僅取決於 W 的高低。請推導出絕對風險係數 $r(W)$ 在何種效用函數下將為固定的常數。(12%)
4. 假定函數 $u(x, y) = (ax^\rho + (1-a)y^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$ ，試求 $\lim_{\rho \rightarrow \infty} u(x, y) = ?$ (12%)
5. 設函數 f 定義為 $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{2x + 1}$ ， $x \neq -\frac{1}{2}$ ；若要使 f 在 $x = -\frac{1}{2}$ 為連續，則 $f(-\frac{1}{2})$ 應為何值？(12%)
6. 求函數 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 在 $[1, 4]$ 之平均值。(12%)
7. 關於函數 $f(x) = \frac{1}{x^2}$ ，(14%)
 - (1) 試求出滿足均值定理 (mean value theorem) $f(a+h) = f(a) + hf'(c)$ 的 c ($a < c < a+h$)。
 - (2) 若令 $c = a + h\theta$ ($0 < \theta < 1$)，試求 $\lim_{h \rightarrow 0} \theta$ 。
8. 關於函數 $\Gamma(s) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{s-1} dx$ ，($s > 0$)，試證下列等式：(14%)
 - (1) $\Gamma(s+1) = s\Gamma(s)$ ；
 - (2) $\Gamma(n) = (n-1)!$ ， n 為正數。