

**注意：本試卷共有五頁。請考生答題前，務必閱讀每大項的注意事項說明！**

**第一部份：單選題（每題 5 分，共 50 分，有倒扣，請注意！）**

- (1) 請將答案寫在答案卷第一頁『選擇題作答區』對應題號的空格內(第 1~10 格)。
- (2) 每格答對得 5 分，答錯倒扣 2 分，未作答得 0 分。第一部份總分最低為 0 分。
- (3) 若您覺得有多個答案，請選出最適的答案。
- (4) 答題不要求任何計算過程，只依答案格內的答案對錯給分。

### Part I：單選題

1. 關於資料的蒐集，下列敘述何者**非**真？

- 【A】使用次級資料時，應該先檢查一下數據，看看數字合不合理，才可以進行分析。
- 【B】如何蒐集可靠的資料，是統計學最初步且最重要的工作。
- 【C】資料依據取得的方式可分為初級資料與二手資料。
- 【D】原始資料的蒐集可分為普查、實驗與觀察。

2. 牛乾老師統計班上第一次期中考  $\text{mean}=78$  分， $\text{median}=65$  分，且皮爾生偏態係數為 2.6，則下列敘述何者為真？

- 【A】此成績分配為 left-skewed。
- 【B】我們無法得知變異係數之值為何。
- 【C】從理論上判斷，此成績之眾數小於平均數。
- 【D】如果將全班成績加 10 分，則全距及變異係數皆**不受**影響。
- 【E】以上皆真。

(請翻次頁，繼續作答)

3. 下列敘述何者為真？

【A】一個隨機實驗的基本出象的機率可以大於 1。

【B】先驗的機率理論認為，機率是事件長期試行的相對次數比。

【C】一個隨機實驗所有可能出象的集合稱為「樣本空間」(sample space)。

【D】事件 (event) 是某些樣本點所組成的集合。兩個事件 A 與 B 相互獨立 (且均不為空集合)，則事件 A 與 B 同時發生的機率為 0。

【E】以上皆非。

4. 假設  $X \sim N(\mu_X, \sigma_X^2)$  和  $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y^2)$ ， $X$  和  $Y$  獨立，而且  $a$  和  $b$  為常數。下列敘述何者非真？

【A】  $V(X + Y) = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$

【C】  $E(aX - bY) = a\mu_X - b\mu_Y$

【B】  $V(aX - bY) = a^2\sigma_X^2 - b^2\sigma_Y^2$

【D】  $aX - bY$  仍服從常態分配。

5. 關於常態分配，下列敘述何者為真？

【A】由常態分配的機率密度函數 (PDF) 的圖形可知，在平均數相同時，標準差越小，分散程度越小，尖峰越低。

【B】常態分配之隨機變數、母體平均數 ( $\mu$ ) 及標準差 ( $\sigma$ ) 的範圍皆為  $(-\infty, \infty)$ 。

【C】Normal distribution 是以標準差為中心的對稱分配，其偏態係數等於 0。

【D】標準常態分配之 PDF 會隨著母體平均數及變異數的不同而不同。

【E】以上皆非。

(請翻次頁，繼續作答)

6. 關於二元隨機變數  $(X, Y)$  及其機率分配，下列敘述何者為真？

【A】若  $Z_X$  與  $Z_Y$  分別為隨機變數  $X$  與  $Y$  的標準化變數，則  $X$  與  $Y$  的相關係數等於  $Z_X$  與  $Z_Y$  的相關係數。

【B】 $X$  的條件變異數  $[V(X|Y)]$  的期望值會不小於  $X$  的變異數。

【C】若  $f(X|Y) = f(Y)$ ，則  $X$  與  $Y$  獨立。

【D】以上皆真。

【E】以上皆非。

7. 關於假設檢定，下列敘述何者非真？

【A】檢定時須先設立兩個假設，分別為虛無假設和對立假設。

【B】假設中若包含兩個以上的值，則稱為複合假設。

【C】虛無假設與對立假設所設定的值不可以重複。

【D】虛無假設與對立假設不可以同時為複合假設。

8. 關於型 I 錯誤與型 II 錯誤，下列敘述何者為真？

【A】型 I 錯誤的機率又稱為檢定力。

【B】型 II 錯誤發生在拒絕對的虛無假設。

【C】型 I 錯誤與型 II 錯誤之機率之和等於 1。

【D】傳統的假設檢定是控制型 II 錯誤的機率。

【E】以上皆真。

(請翻次頁，繼續作答)

9. 關於兩個母體平均數差的區間估計，下列敘述何者為真？

- 【A】 *Ceteris paribus*，樣本個數越大，其信賴區間越小。
- 【B】 *Ceteris paribus*，信賴係數越大，其信賴區間越小。
- 【C】 *Ceteris paribus*，樣本變異數越大，其信賴區間越小。
- 【D】 *Ceteris paribus*，樣本均數差越大，其信賴區間越小。
- 【E】 以上皆真。

10. 關於  $F$  分配和卡方分配，下列敘述何者為真？

- 【A】  $F$  分配和卡方分配均為左偏分配。
- 【B】  $F$  分配和卡方分配都決定於一個母體參數，自由度。
- 【C】 自由度越來越大時， $F$  分配和卡方分配都會趨近於常態分配。
- 【D】 兩個相依的卡方隨機變數相加所得之隨機變數仍為卡方隨機變數，其卡方分配的自由度為兩個卡方分配的自由度之和。
- 【E】 以上皆真。

(請翻次頁，繼續作答)

注意：(1) Part II 有二大題計算問答說明題，請從答案卷第二頁之後作答。

(2) 請標示清楚，並將所有過程、步驟交代清楚；沒有說明過程者，甚者只給簡單回答如 Yes、No 等，不給分。每大題之下的小題分數，如括號內所示。

### Part II：計算問答說明題 (50 分)

#### Part II. Computation questions (問答題):

Note: You should carefully state the reasons or calculations in the following questions in order to get the points. A short answer, such as "Yes" or "No" will NOT receive any point.

1. (15%) Consider the following two models:

$$\text{Model I: } \ln Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

$$\text{Model II: } \ln Y_i^* = \beta_1^* + \beta_2^* X_i^* + u_i^*$$

where  $Y_i^* = w_1 Y_i$ ,  $X_i^* = w_2 X_i$ , and  $w_1$  and  $w_2$  are known constants.

- (a) Establish the relationships between the coefficient estimators and their standard errors of Models I and II. (5%)

- (b) Are the  $R^2$ 's of the two models different? Why or why not? Show your result. (5%)

- (c) Find the  $t$ -statistics for  $H_0: \beta_2 = 0$  (Model I), and for  $H_0: \beta_2^* = 0$  (Model II). Are they the same? Show your result. (5%)

2. (35%) According to the regression model  $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$ , where  $u_i$  are independently identical normal distribution with zero mean and variance  $\sigma^2$ . Suppose the following five observations are observed:

$Y$	5	4	7	7	2
$X$	1	2	3	4	0

Let  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$  and  $\hat{\sigma}^2$  denote the maximum likelihood (ML) estimators of  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , and  $\sigma^2$

- (a) Find the ML estimators  $\hat{\beta}_1$ ,  $\hat{\beta}_2$  and  $\hat{\sigma}^2$ . (12%)  
(b) Compute the ML estimates of  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ , and  $\sigma^2$  using the given data. (12%)  
(c) What are the estimators of  $Var(\hat{\beta}_1)$  and  $Var(\hat{\beta}_2)$ ? (6%)  
(d) Is the estimator  $\hat{\sigma}^2$  unbiased and consistent? Explain briefly. (5%)