

南臺科技大學 104 學年度研究所考試入學招生考試

系組：機械系、奈米所、能源所

准考證號碼：

科目：工程數學 (101)

(請考生自行填寫)

注意事項	一、請先檢查 <u>准考證號碼</u> 、 <u>報考系(組)別</u> 、 <u>考試科目名稱</u> ，確定無誤後再作答。 二、所有答案應寫於答案紙上，否則不予計分。 三、作答時應依試題題號，依序由上而下書寫，作答及未作答之題號均應抄寫。
------	---

1. 請寫出下列微分方程式的階、次與類別。(15%)

舉例： $y'' - 5y' + 6y = 0$ 為二階、一次、常微分方程式

(1) $\left[\frac{\partial u}{\partial x}\right]^2 + \left[\frac{\partial u}{\partial y}\right]^2 = 0$ (2) $\left[\frac{\partial u}{\partial x}\right] + \left[\frac{\partial^2 u}{\partial^2 y}\right] = 2$ (3) $y''' + 2y'' - y' = e^x$

(4) $(y'')^2 - 6y' + 3y = 0$ (5) $y'' - (6y')^2 + 3y = x \cos x$

2. 請解出此微分方程式 $y'' - 5y' + 6y = e^{4x}$ (10%)

3. 已知一曲面方程式 $x^2y + 5xy + 2z^2 = 6$ ，請求出

(1) 在點(1,1,1)處的單位法向量 (10%)

(2) 在點(1,1,1)處的切平面方程式 (5%)

4. 已知 $\vec{F} = (5x + \cos 3y + z^2)\vec{i} + (x - z)\vec{j} + (y - 4z)\vec{k}$ ，請求出 $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, dA$ ，其中 S 為半徑 1 之封閉球面 ($x^2 + y^2 + z^2 = 1$)。(10%)

5. 請求出 $f(x)$ 的傅立葉級數(Fourier series)，其中 $f(x) = |x|$ ， $-1 < x < 1$ ， $f(x+2) = f(x)$ (10%)

6. 請求出下列函數的拉普拉斯轉換(Laplace transform)

(1) $\cos 3t$ (5%) (2) $t \cos 3t$ (5%) (3) $\int_0^t t \cos 3t \, dt$ (5%)

7. 令 $i = \sqrt{-1}$ ， $z = \frac{(2+i)^2(3-4i)}{(1-2i)^4}$ ，請求出 $|z|$ (10%)

8. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -4 & 3 \\ 0 & -6 & 5 \end{bmatrix}$

請求出 A 矩陣的的特徵值(eigenvalues)與特徵向量(eigenvectors) (15%)