

| | | | | | |
|------|--------------|----|----------|------|-------------|
| 考試科目 | 微積分 4194A | 所別 | 科智所智慧財產組 | 考試時間 | 2月28日(六)第1節 |
|------|--------------|----|----------|------|-------------|

微積分 (科智所智慧財產組 104)

注意事項：1、請將算式以及推導過程臚列清楚。
2、每題 10 分，注意時間的分配。

一、試求以下極限值：

$$(1) \lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x + \sqrt{x}}$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{1 - x^2} \right)$$

二、試求不定積分 $\int \frac{x}{(x+1)^2} e^x dx = ?$

三、已知 $xy^3 - 3x^2 - xy = 5$ ，試求 $\frac{dy}{dx} = ?$

四、如果 $\frac{dy}{dx} = D^1 y$ 代表 x 對 y 的 1 階微分， $D^n y$ 代表 n 階微分；

$$\text{求 } D^8 \left(\frac{x^2}{(1-x)} \right) = ?$$

五、試求 y 的極大及極小值， $y = (x+2)^2(x-3)^3, x \in [-2, 1]$ 。

六、試求 $\int_0^\pi \int_x^\pi \cos(x+y) dy dx$ 之值？

七、試求 $\int \int_R (x-y)^2 \sin^2(x+y) dy dx$ 區域的面積？ R ：四個頂點為 $(\pi, 0), (2\pi, \pi), (\pi, 2\pi), (0, \pi)$ 。

八、求橢圓球 $\frac{9x^2}{a^2} + \frac{4y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ 的體積 (需要列出多重積分算式)。

九、求解微分方程式 $y dx + (1+x^2) dy = 0$ 。

十、何謂「微積分基本定理」？這定理的重要性何在？

你在前面 9 題中有用到這個定理嗎？

備

註

- 一、作答於試題上者，不予計分
- 二、試題請隨卷繳交。