

# 國立嘉義大學 104 學年度

## 應用數學系碩士班 (乙組) 招生考試試題

### 科目：機率統計

說明：(1)本試題有機率、統計二大部分，各佔 50 分。

(2)本試題為計算、證明題，請標明每部分的題號，同時將過程作答在「答案卷」上。

(3)統計部分，計算過程如有需要常態曲線下之面積數值，請參考題目後面之附表。

#### 一、機率部分：(50 分)

1. 令  $X$  為一隨機變數，其機率密度函數為

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)/2, & \text{if } -1 < x < 1, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

試求隨機變數  $Y = X^2$  的機率密度函數。(10 分)

2. 若一藥劑師配一付藥方所需的時間(以分計)為一隨機變數具有指數分配，其參數  $\theta = 5$ ，則求這位藥劑師需費時

(a)少於 8 分鐘配兩付藥方；(b)至少 12 分鐘配三付藥方；的機率各多少？(15 分)

3. 從 3 個紅球，2 個白球，及 1 個黑球中，隨機選取 2 個球。設隨機變數  $X$  與  $Y$  分別表示取出之紅球與白球之數目，試求

(a) $X$  與  $Y$  之聯合機率分配；(b) $X$  之邊際分配；(c)期望值  $E(X)=?$  (15 分)

4. 設已知隨機變數  $X$  與  $Y$  的聯合機率密度函數為  $f(x, y) = \begin{cases} 2, & \text{if } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$

判斷  $X$  與  $Y$  是否獨立？請證明你的答案。(10 分)

#### 二、統計部分：(50 分)

1. 從 1, 2, 3, 4 共  $N=4$  個數值的母體中，依抽取後放回方式隨機抽出樣本大小為  $n=2$  的一組隨機樣本。試求

(a)樣本平均數  $\bar{X}$  之抽樣分配；

(b)樣本平均數  $\bar{X}$  之期望值；

(c)樣本平均數  $\bar{X}$  之變異數。(15 分)

2. 設有一組電燈泡的壽命服從標準差  $\delta$  為 30 小時的常態分配，但平均數  $\mu$  未知。今利用樣本平均數  $\bar{X}$  來估計母體平均數，試求：在 95% 的信賴水準下，估計誤差不超過 8 小時所需要的樣本大小？(10 分)

3. 某社區居民所構成的母體其血液中尿酸值平均數為 5.5 mg/dL。假設此社區居民血液中尿酸值呈常態分配，並且其標準差  $\sigma$  為 1 mg/dL，今隨機抽取 36 位居民，並測得血液中尿酸值平均數為 6.35 mg/dL，若設顯著水準  $\alpha = 0.05$ ，試檢定該社區居民血液中尿酸值平均數是否等於 5.5 mg/dL？(15 分)

4. 某位學術機構研究人員想要了解台南地區國民小學學生過敏性鼻竇炎的比例，一項研究共抽樣出 5000 位學生，檢查結果發現其中有 600 位過敏性鼻竇炎，試求台南地區國民小學學生有過敏性鼻竇炎比例  $p$  的 90% 信賴區間？(10 分)

Table: Area  $\Phi(x)$  under the standard normal curve to the left of  $x$

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990