

科目：統計學

適用：經濟系

編號：312

考生注意：

1. 依次序作答，只要標明題號，不必抄題。
2. 答案必須寫在答案卷上，否則不予計分。
3. 限用藍、黑色筆作答；試題須隨卷繳回。

本試題	共 / 頁
	第 / 頁

1. 若簡單迴歸模型為 $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + e_i$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$. 回答以下問題。

(1) 寫出該模型的所有假設條件。

(2) 導出 β_2 的最小平方估計式 $\hat{\beta}_2$ 。

(3) 在(1)的假設條件下，證明 $\hat{\beta}_2$ 是 β_2 的不偏估計式，並找出 $\hat{\beta}_2$ 的變異數。

(4) 在何種假設前提下， $\hat{\beta}_2$ 是 β_2 的 BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) (每小題 10 分，共 40 分)

2. 假設迴歸模型為 $y_i = \alpha + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \beta_3 x_{i3} + e_i$, $i = 1, 2, 3, \dots, n$. 試說明用 F 統計量檢定 $H_0: \beta_1 = 1$ 且 $\beta_2 = 2\beta_3$ 的檢定程序。(10 分)

3. 假設隨機變數 X, Y 的期望值皆為 μ ，變異數皆為 σ^2 . 令

$Z = (X + Y) / 2$ 回答以下問題

(1) 找出 $E(Z)$.

(2) 若 $Cov(X, Y) = 0.5\sigma^2$ ，找出 $Var(Z)$. (每小題 10 分，共 20 分)

4. 假設隨機變數 X, Y 的聯合機率函數為

$$f(x, y) = \begin{cases} kxy^2, & 0 < x \leq y < 1 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

(1) 找出 k 的值。

(2) 找出 X 的邊際機率 $f(x)$.

(3) 找出 $E(Y|X=1/2)$. (每小題 10 分，共 30 分)