

# 逢甲大學104學年度碩士班考試入學試題

編號：024 科目代碼：309

科目	統計學	適用系所	財務金融學系、風險管理與保險學系	時間	100 分鐘
----	-----	------	------------------	----	--------

※請務必在答案卷作答區內作答。 共 3 頁第 1 頁

說明：

- 一、 試題分成選擇題、填充題和計算問答題三部分。
- 二、 選擇題及填充題一律寫在答案卷第一頁，否則不予計分，請務必依序作答並標明題號。
- 三、 計算問答題請標明題號並詳述計算過程。

## 一、 選擇題(10%；每題 2 分)

1. 若某隨機變數的分配為右偏(skew to right，或稱為正偏態)，下列何者為真：  
(A) 中位數等於平均數 (B) 中位數大於平均數 (C) 中位數小於平均數 (D) 以上皆非
2. 下列敘述何者有誤？  
(A) 機率密度函數 (pdf) 之值必定小於或等於 1 (B) 機率密度函數 (pdf) 之值必定大於或等於 0  
(C) 累積分配函數 (cdf) 之值必定小於或等於 1 (D) 累積分配函數 (cdf) 之值必定大於或等於 0
3. 設兩獨立隨機變數  $X_1$  和  $X_2$  分別服從自由度為  $v_1$  和  $v_2$  之卡方分配，若  $Y = X_1 + X_2$ ，則  $Y$  為何種分配？(A) F分配 (B) 卡方分配 (C) t分配 (D) 以上皆非
4. 承上題 3，若  $W = \frac{X_1/v_1}{X_2/v_2}$ ，則  $W$  為何種分配？  
(A) F分配 (B) 卡方分配 (C) t分配 (D) 以上皆非
5. 設  $X$  為一隨機變數其變異數存在， $c$  是一常數，則下列何者有誤？  
(A)  $\text{Var}(c) = 0$  (B)  $\text{Var}(cX) = c^2\text{Var}(X)$  (C)  $\text{Var}(X + c) = \text{Var}(X)$  (D)  $\text{Var}(X + c) = \text{Var}(X) + c$

## 二、 填充題(40%；無須計算過程；每格 4 分)

1. 張老師購買一支手機，以老闆的經驗，過保固期後每年送修一次的機率為 0.5，送修二次的機率為 0.2，第三次就報廢，而每次送修平均花費 200 元。試求過保固期後，張老師每年手機維修費用之期望值 = \_\_\_\_\_ (1) \_\_\_\_\_，標準差 = \_\_\_\_\_ (2) \_\_\_\_\_。
2. 設台積電股票報酬率為一隨機變數  $X$ ，若已知台積電股票報酬率期望值為 3%，且  $X \leq -1\%$  的機率為 0.3， $X \geq 7\%$  的機率為 0.06，則台積電股票報酬率的標準差  $\geq$  \_\_\_\_\_ (3) \_\_\_\_\_。(提示：可利用柴比雪夫不等式 (Chebyshev's Inequality))
3. 抽查台中市 40 家超級商店，得其去年營業收入(百萬元)並將其資料分組如下：

營業收入	$Q_1$ 以下	$Q_1 \sim Q_2$	$Q_2 \sim Q_3$	$Q_3$ 以上
家數	10	16	6	8

其中  $Q_i, i = 1, 2, 3$  為第  $i$  個四分位數，試以  $\alpha = 0.05$  檢定此樣本是否來自  $\mu = 32, \sigma^2 = 4$  之常態母體？根據卡方檢定其檢定統計量 = \_\_\_\_\_ (4) \_\_\_\_\_，決策法則及結論：\_\_\_\_\_ (5) \_\_\_\_\_。

4. 由一樣本知， $Y$  對  $X$  之迴歸方程式為  $\hat{Y} = 16 - 0.4X$ ，且  $X$  對  $Y$  之迴歸方程式為  $\hat{X} = 24 - 0.9Y$ ，試求：(a)  $X$  與  $Y$  的相關係數 = \_\_\_\_\_ (6) \_\_\_\_\_，(b)  $(\bar{X}, \bar{Y}) =$  \_\_\_\_\_ (7) \_\_\_\_\_， $\bar{X}$ 、 $\bar{Y}$  為  $X$ 、 $Y$  樣本平均數。

5. 為探討家庭支出  $Y$  與收入  $X_1$ 、每戶人口數  $X_2$ 、所在地區  $D$  的關係

$$E(Y | X_1, X_2, D) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 D$$

乃進行隨機抽樣，得 30 個家庭的每戶資料，經 Microsoft Excel 求算而得下列部份電腦報表。

	SS	MS		顯著值
迴歸	8043	2681		2.96E-09
殘差	2002			
總和	10045			

	係數	標準誤	P-值
截距	-20.29	6.11	0.0027
X1	0.78	0.09	3.32E-09
X2	3.73	0.95	0.0006
D	-7.32	4.11	0.0867

假設此資料適合作有母數統計分析，試以  $\alpha = 0.05$  檢定：

- (a) 家庭收入、每戶人口數、所在地區是否會影響支出？決策法則及結論：\_\_\_\_\_ (8) \_\_\_\_\_。
- (b) 所在地區是否與家庭支出有負相關？決策法則及結論：\_\_\_\_\_ (9) \_\_\_\_\_。
- (c) 求算此迴歸模型的修正複判定係數 (Adjusted R Square)  $R_a^2 =$  \_\_\_\_\_ (10) \_\_\_\_\_。

### 三、計算問答題(50%；請詳細書寫計算過程，無過程者，不給分)

- 試敘述大數法則，並輔以數學式表示。(5%)
- (1) 試敘述中央極限定理，並輔以數學式表示。(5%)  
(2) 已知某產品平均壽命為 800 小時，標準差為 500 小時，若  $\bar{X}$  為隨機抽取 100 個產品的平均壽命，試求此樣本平均壽命低於 736 小時的機率？(5%)  
(3) 假設某廠牌的沙拉油每罐平均重量為 1000 公克，變異數為 120 公克，現品管人員抽取 30 罐檢驗其重量，試問以母體平均數為中心，涵蓋 95% 的樣本平均數區間為何？(5%)
- 某醫院掛號系統 11:00~11:30 平均有 60 人使用，假設使用人數服從 Poisson 分配。試求某人於 11:00 使用，則下一位 5 分鐘後才使用的機率？請分別使用 Poisson 分配及指數分配求解。(10%)
- 設隨機變數  $X$  其機率密度函數為  $f_X(x) = \frac{1}{4}e^{-\frac{1}{4}x}$ ； $x > 0$ ，試求此隨機變數之動差母函數及其變異數？(10%)
- 某廠商宣稱其所製造之減肥藥非常有效，消費者基金會為了解其宣稱是否為真，乃隨機抽取 6 名顧客試驗，得其體重(磅)資料如下：

顧客	1	2	3	4	5	6
吃藥前	140	160	210	150	190	170
吃藥後	132	158	196	154	180	164

假設母體為常態分配，試以  $\alpha = 0.05$  檢定廠商宣稱是否為真？(10%)

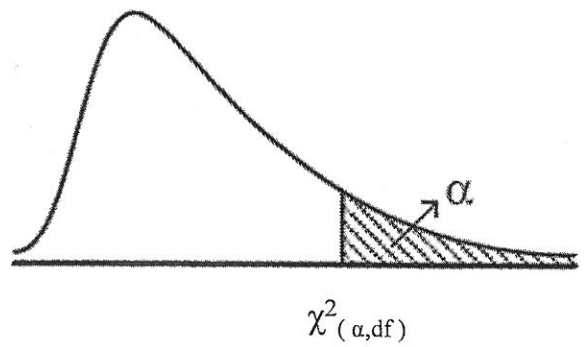
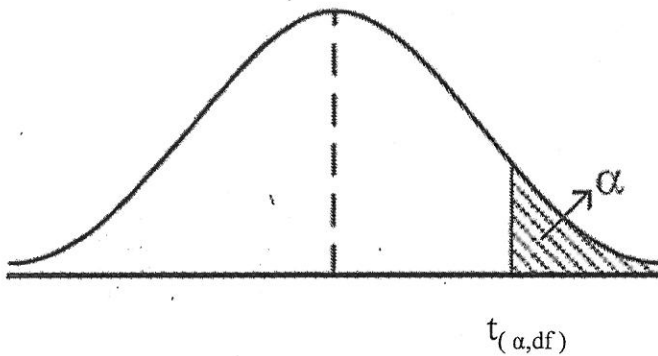
附錄：查表值

\*標準常態分配右尾機率：

$P(Z > 2.326) = 0.01$ ， $P(Z > 1.96) = 0.025$ ， $P(Z > 1.645) = 0.05$ ， $P(Z > 1.28) = 0.1$ 。

\*t分配查表值： $P(t(df) > t_{(\alpha, df)}) = \alpha$

\*卡方分配查表值： $P(\chi^2(df) > \chi^2_{(\alpha, df)}) = \alpha$



df	$t_{(0.1, df)}$	$t_{(0.05, df)}$	$t_{(0.025, df)}$	$t_{(0.01, df)}$	$t_{(0.005, df)}$
1	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977
15	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750

df	$\chi^2_{(0.1, df)}$	$\chi^2_{(0.05, df)}$	$\chi^2_{(0.025, df)}$	$\chi^2_{(0.01, df)}$	$\chi^2_{(0.005, df)}$
1	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879
2	4.605	5.991	7.378	9.210	10.597
3	6.251	7.815	9.348	11.345	12.838
4	7.779	9.488	11.143	13.277	14.860
5	9.236	11.070	12.833	15.086	16.750
6	10.645	12.592	14.449	16.812	18.548
7	12.017	14.067	16.013	18.475	20.278
8	13.362	15.507	17.535	20.090	21.955
9	14.684	16.919	19.023	21.666	23.589
10	15.987	18.307	20.483	23.209	25.188
11	17.275	19.675	21.920	24.725	26.757
12	18.549	21.026	23.337	26.217	28.300
13	19.812	22.362	24.736	27.688	29.819
14	21.064	23.685	26.119	29.141	31.319
15	22.307	24.996	27.488	30.578	32.801
16	23.542	26.296	28.845	32.000	34.267
17	24.769	27.587	30.191	33.409	35.718
18	25.989	28.869	31.526	34.805	37.156
19	27.204	30.144	32.852	36.191	38.582
20	28.412	31.410	34.170	37.566	39.997
21	29.615	32.671	35.479	38.932	41.401
22	30.813	33.924	36.781	40.289	42.796
23	32.007	35.172	38.076	41.638	44.181
24	33.196	36.415	39.364	42.980	45.559
25	34.382	37.652	40.646	44.314	46.928
26	35.563	38.885	41.923	45.642	48.290
27	36.741	40.113	43.195	46.963	49.645
28	37.916	41.337	44.461	48.278	50.993
29	39.087	42.557	45.722	49.588	52.336
30	40.256	43.773	46.979	50.892	53.672