

# 中原大學 104 學年度碩士班考試入學

104/3/4 8:00 AM~9:30 AM

誠實是我們珍視的美德，  
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

應用數學系統計組；應用數學系統計組在職生（在職）

科目：機率

（共 3 頁，第 1 頁）

可使用電子計算機

不可使用計算機

另附有卡方機率分配表和常態機率分配表請善加使用。

1. (10 分) 設  $A$  和  $B$  為兩個事件，其相關機率  $P(A) = 0.5$ ， $P(B) = 0.4$ ，和  $P(A \cap B) = 0.35$ 。請計算  $P(A \cap B^c)$  與  $P(A^c \cup B^c)$ 。
2. (10 分) 從一副標準 52 張的撲克牌用不返還的方式連續抽牌，請計算前四張牌依序第一張是黑桃、第二張是紅心、第三張是紅磚、第四張是梅花的機率。
3. (10 分) 設一甕內有相同四球，分別標號 1, 2, 3, 4。如隨機自此甕抽取一球，令事件  $A = \{1, 2\}$ ， $B = \{1, 3\}$ ， $C = \{1, 4\}$ 。請問此三事件是否互相獨立？詳細說明理由。
4. (10 分) 令隨機變數  $X$  的機率密度函數為

$$f(x) = \frac{(|x| + 1)^2}{19}, \quad x = -2, 0, 2.$$

請分別計算  $E(X)$ ， $E(X^2)$ ， $E(X^2 - 2X + 4)$ 。

5. (10 分) 設二項隨機變數  $X \sim B(2000, 0.001)$ ，請利用波瓦松分佈來估算  $P(X \leq 2)$ 。
6. 設隨機變數  $X$  的機率質量函數為

$$f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ c/x^3, & 1 \leq x < \infty, \\ 0, & \text{elsewhere.} \end{cases}$$

(a) (10 分) 請計算  $c$  的值。

(b) (10 分) 請計算  $P(1/3 \leq X \leq 2)$ 。

7. (10 分) 令隨機變數  $X$  的機率密度函數為

$$f(x) = \frac{1}{15\sqrt{2\pi}} x^{5/2} e^{-x/2}, \quad x > 0.$$

請找出此分配的第 95 個百分位數 (quantile)。

8. (10 分) 令  $Z \sim N(0, 1)$ ，請分別找出  $c_1$  與  $c_2$  使得  $P(|Z| \leq c_1) = 0.95$  和  $P(Z > c_2) = 0.05$ 。
9. (10 分) 令隨機變數  $X$  和  $Y$  的聯合機率密度函數為

$$f(x, y) = 3/2, \quad x^2 \leq y \leq 1, 0 \leq x \leq 1.$$

請計算  $P(1/2 \leq X \leq 1, 1/2 \leq Y \leq 1)$ 。

# 中原大學 104 學年度碩士班考試入學

104/3/4 8:00 AM~9:30 AM

誠實是我們珍視的美德，  
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

應用數學系統計組；應用數學系統計組在職生(在職)

科目：機率

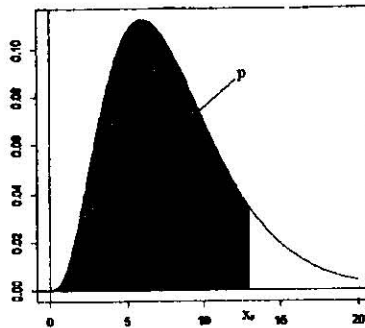
(共 3 頁，第 2 頁)

可使用計算機(僅限於四則運算、三角函數及對數等基本功能，可程式之功能不可使用)

不可使用計算機

Table 1: 卡方分配百分位數表

$\chi_p$  such that  $p = P[X \leq \chi_p]$ , where  $X \sim \chi^2(r)$



$r$	$p = .01$	$p = .025$	$p = .05$	$p = .10$	$p = .90$	$p = .95$	$p = .975$	$p = .99$
1	0.00	0.00	0.00	0.02	2.71	3.84	5.02	6.63
2	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21
3	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34
4	0.30	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28
5	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09
6	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81
7	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48
8	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.53	20.09
9	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67
10	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21
11	3.05	3.82	4.57	5.58	17.28	19.68	21.92	24.72
12	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22
13	4.11	5.01	5.89	7.04	19.81	22.36	24.74	27.69
14	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14
15	5.23	6.26	7.26	8.55	22.31	25.00	27.49	30.58
16	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00
17	6.41	7.56	8.67	10.09	24.77	27.59	30.19	33.41
18	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81
19	7.63	8.91	10.12	11.65	27.20	30.14	32.85	36.19
20	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	34.17	37.57
21	8.90	10.28	11.59	13.24	29.62	32.67	35.48	38.93
22	9.54	10.98	12.34	14.04	30.81	33.92	36.78	40.29
23	10.20	11.69	13.09	14.85	32.01	35.17	38.08	41.64
24	10.86	12.40	13.85	15.66	33.20	36.42	39.36	42.98
25	11.52	13.12	14.61	16.47	34.38	37.65	40.65	44.31
26	12.20	13.84	15.38	17.29	35.56	38.89	41.92	45.64
27	12.88	14.57	16.15	18.11	36.74	40.11	43.19	46.96
28	13.56	15.31	16.93	18.94	37.92	41.34	44.46	48.28
29	14.26	16.05	17.71	19.77	39.09	42.56	45.72	49.59
30	14.95	16.79	18.49	20.60	40.26	43.77	46.98	50.89

# 中原大學 104 學年度碩士班考試入學

104/3/4 8:00 AM~9:30 AM

誠實是我們珍視的美德，  
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

應用數學系統計組；應用數學系統計組在職生(在職)

科目：機率

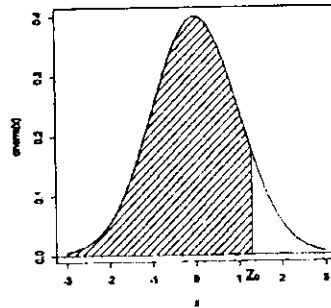
(共 3 頁，第 3 頁)

可使用計算機(僅限於四則運算、三角函數及對數等基本功能，可程式之功能不可使用)

不可使用計算機

Table 2: 標準常態分配累積分配函數

$$\Phi(z) = P[Z \leq z] = \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} dx$$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990