

國立聯合大學 104 學年度碩士班考試招生

電子工程學系 入學考試試題

科目： 工程數學 第 1 頁共 1 頁

1. 請求解右列微分方程式： (a) $yy' = \frac{x}{e^{0.25x^2+2y^2} + e^{0.25x^2-2y^2}}$ 。 (b) $y'' - 3y' + 2y = \cosh x + \sinh 2x$ 。 (5%×2=10%)
2. 請繪出下列函數之圖形並且使用單位步級函數(unit step function) $u(t)$ 及/或單位斜坡函數(unit ramp function) $r(t)$ 及其移位版本為基礎加以描述： (a) $f(t) = \begin{cases} -t, & 0 \leq t < 2 \\ -2, & 2 \leq t < 4 \\ t+6, & 4 \leq t < 6 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ 。 (b) $f(t) = \begin{cases} 3-t, & 0 \leq t < 3 \\ t-3, & 3 \leq t < 6 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$ 。 (6%×2=12%)
3. 請求出問題2各函數之拉普拉斯轉換(Laplace transform) 。 (4%×2=8%)
4. 請使用拉普拉斯轉換求解右列積分方程式： (a) $f(t) = e^{-t} + \int_0^t f(t-\tau)d\tau$ 。 (b) $f(t) = \cos(t) + \int_0^t f(\tau)e^{-2(t-\tau)}d\tau$ 。 (5%×2=10%)
5. 請求出函數 $x(t) = u(t) - u(t-4)$ 及 $h(t) = u(t) - u(t-6)$ 之摺積積分(convolution integral) 。 (10%)
6. 若 $\mathbf{F} = 2\hat{\mathbf{i}} - 3\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$ 與 $\mathbf{G} = 2\hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + 2\hat{\mathbf{k}}$ ，求 (a) $\mathbf{F} \cdot \mathbf{G}$ (即 \mathbf{F} 與 \mathbf{G} 的點積(dot product))； (b) $\mathbf{F} \times \mathbf{G}$ (即 \mathbf{F} 與 \mathbf{G} 的叉積(cross product)) 。 (5%×2=10%)
7. 若純量場 $\phi(x,y,z) = 1 - x^2 - y^2 - xyz$ 、向量 $\mathbf{w} = \hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$ 、點 $P_0 = (1, -1, -1)$ ，求 (a) $\nabla\phi$ (即 ϕ 的梯度(gradient))； (b) $D_{\mathbf{w}}\phi(P_0)$ (即 ϕ 在 P_0 沿 $\mathbf{w} = \hat{\mathbf{i}} + \hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}$ 方向的方向導數) 。 (5%×2=10%)
8. 若力場 $\mathbf{F} = 2y\hat{\mathbf{i}} - x\hat{\mathbf{j}}$ 且圓 C 的圓心為 $(1, 3)$ 、半徑為 2 ，(a) 判斷 \mathbf{F} 是否為保守力場？ (b) 計算以力場 \mathbf{F} 推動一粒子沿圓 C 正位向繞一圈所作之功 $\oint_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{R}$ 。 (5%×2=10%)
9. 若磁場 $\mathbf{F} = x^2\hat{\mathbf{i}} + 2y\hat{\mathbf{j}} + xz\hat{\mathbf{k}}$ ，(a) 求 $\nabla \cdot \mathbf{F}$ (即 \mathbf{F} 的散度(divergence))； (b) 有一正立方體的八個頂點分別為 $(0, 0, 0)$ ， $(1, 0, 0)$ ， $(0, 1, 0)$ ， $(0, 0, 1)$ ， $(1, 1, 0)$ ， $(1, 0, 1)$ ， $(0, 1, 1)$ 與 $(1, 1, 1)$ ，求磁場 \mathbf{F} 通過正立方體六個面的磁通量 (magnetic flux) $\iint_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{n}} d\sigma$ 。 (5%×2=10%)
10. 矩陣 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ，(a) 求 \mathbf{A} 的特徵值(eigenvalues)； (b) 求特徵值對應的特徵向量(eigenvectors) 。 (5%×2=10%)