

國立中山大學 104 學年度碩士暨碩士專班招生考試試題

科目名稱：微積分丙【企管系企管甲班碩士班丙組選考】

題號：441005

※本科目依簡章規定「不可以」使用計算機(問答題)

共 1 頁第 1 頁

請按題號順序在答案卷上作答，並請寫出運算過程。

1. Find $\frac{dy}{dx}$ where (15%)

a. $y = \pi^{-\sqrt{x}} + \pi^{\sqrt{x}} \quad x > 0$

b. $y^{2/3} + x^{2/3} = 1,$

c. $y = \left(x - \frac{1}{x}\right)^4.$

2. Graph the function $f(x) = x + \sin x$. $0 \leq x \leq 2\pi$ State all the extrema, critical points, increasing and decreasing, concave up and/or down intervals. (15%)

3. Find the following definite and indefinite integrations. (25%)

a. $\int_1^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$

b. $\int_0^3 \frac{dx}{(2x-1)^{2/3}}$

c. $\int x \ln x \, dx$

d. $\int \frac{dx}{x^2 - x - 12}$

e. $\int_0^2 \int_{y/2}^1 ye^{x^3} \, dx \, dy$

4. Determine the following converge. If yes, please find the limit(s). (25%)

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{3x} - e^{-3x}}{3x}$

b. $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{x^2 - 4}$

c. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n}\right)^n$

d. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n+4}$

e. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$

5. Use power series to estimate $\int_0^1 e^{-x^2} \, dx$ to the fourth decimal point. (10%)

6. 某一小鎮人口在 2000 年有 250,000 人，到了 2010 年增到 300,000 人。假設人口呈指數增長，增長的速率是常數的話 (grow exponentially with a constant rate)，那麼到 2030 年小鎮人口會有多少？ (10%)