

考試科目	統計學 41833	所別	風險管理與保險學系/精 算科學組	考試時間	2 月 28 日(六) 第 3 節
------	--------------	----	---------------------	------	-------------------

1. (40%) 令隨機變數  $X$  並且已知存在  $t > 0$  使得  $E[e^{tX}] < \infty$ ,

定義

$$\psi_X(t) = \log(E[e^{tX}]) \quad (\text{其中 } \log \text{ 代表自然對數})$$

- I. 證明  $\psi'(0) = EX$ ,  $\psi''(0) = \text{Var}(X)$
  - II. 利用  $\psi_X(t)$  的特性, 求解波松隨機變數  $\text{Poi}(\lambda)$  的期望值與變異數。
  - III. 利用  $\psi_X(t)$  的特性, 求解常態隨機變數  $N(\mu, \sigma^2)$  的期望值與變異數。
  - IV. 利用  $\psi_X(t)$  的特性, 求解自由度為  $n$  的卡方分配  $\chi_n^2$  期望值與變異數。
2. (20%) 何謂中央極限定理 (central limit theorem)? 並請證明中央極限定理。
3. (20%) 樣本數的決定
- I. 某手機製造商的某一型號的手機, 其重量規格為 114 公克。在製程中因為零件來自於不同供應商等因素, 使得每支手機最後重量有些許變異性。為確保所生產手機的重量符合規定, 每隔一段時間製造商會隨機抽取  $n$  支手機並計算它們的平均重量。假設在製程中, 手機重量的標準差  $\sigma = 0.1$  公克, 請問樣本數  $n$  應設為多少以使得建構出的信賴區間的抽樣誤差小於 0.01 公克. ( $Z_{0.975} = 1.96$ )

考試科目	統計學 41833	所別	風險管理與保險學系/精 算科學組	考試時間	2 月 28 日(六) 第 3 節
------	--------------	----	---------------------	------	-------------------

II. 某行銷公司宣稱它的郵寄行銷方法成功率  $p$  很好. 請問應該隨機抽取多少樣本  $n$ , 以使得建構出的  $p$  的信賴區間的抽樣誤差小於 2%. ( $z_{0.995} = 2.576$ )

4. (20%) 假設  $x$  為解釋變數,  $y$  為被解釋變數. 若  $(2, 2), (4, 4), (6, 4)$  為  $(x, y)$  的三個樣本點, 請寫出  $x$  與  $y$  的線性迴歸方程式, 並且計算 SST, SSE, SSR 以及  $R^2$ .



備

註

- 一、作答於試題上者，不予計分。
- 二、試題請隨卷繳交。