

# 中原大學 104 學年度碩士班考試入學

104/3/4 8:00 AM~9:30 AM

誠實是我們珍視的美德，  
我們喜愛「拒絕作弊，堅守正直」的你！

土木工程學系結構組；土木工程學系大地組；土木工程學系水利組

科目：工程數學

(共 1 頁，第 1 頁)

可使用計算機(僅限於四則運算、三角函數及對數等基本功能，可程式之功能不可使用)

不可使用計算機

壹、解下列微分方程

1. (10%)  $(x^2 - 4) \frac{dy}{dx} + xy = x$

2. (10%)  $\frac{d^3 y}{dx^3} - \frac{dy}{dx} = 2x + e^x$

3. (15%) 以 Laplace transform 求解  $y'' + 6y' + 9y = 2te^{-3t}$ ,  $y(0) = 0, y'(0) = 2$

貳、計算題

1. (20%)  $AX=B$   $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  問:

(a) 以 Cramer's rule 解  $X=?$

(b) 求  $A$  之反矩陣  $A^{-1}=?$  以  $A^{-1}$  求  $X=?$

(c) 求  $A$  之 Eigenvalues and eigenvectors?

(d) 求  $A$  之對角化矩陣(diagonal matrix) $D=?$ 和  $P=?$ (其  $D=P^{-1}AP$ )

2. (15%) 計算  $\int_C (4x^2 y dx + xy dy)$ ,  $C$  為弧線, 沿  $x=y^2$  由點(1,-1)到點(1,1).

3. (15%)  $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0 \\ \pi - x, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ , 求  $f(x)$  之 Fourier series.

參、(15%) 簡答題

(a) 何謂保守向量場(Conservative Vector field)有何特性?

(b) 何謂 Gauss's divergence theorem?

(c) 若  $f(z)$  在  $z=x+iy$  可微分, 則必滿足 Cauchy-Riemann equation, 何謂 Cauchy-Riemann equation?

---END---