

考試所別: 電資研究所 考試科目一: 應用數學 准考證號碼: _____

※應用數學(微積分、工程數學(微分方程、向量分析)、離散數學), 三項選考二項。

一、微積分 (50%)

1. 求下列函數之極限(5%)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3+x}-2}{\sqrt{x}-1} \quad (5\%)$$

$$(2) \lim_{x \rightarrow 0^-} x \sqrt{1 + \frac{5}{x^2}} \quad (5\%)$$

2. 求下列函數之導函數($f'(x) = \frac{dy}{dx}$)(10%)

$$(1) f(x) = \frac{x^3 + x + 1}{2x^2 + 1} \quad (5\%)$$

$$(2) f(x) = x^2 e^{3x} \quad (5\%)$$

3. 求下列之不定積分(10%)

$$(1) \int \frac{x}{x^2 + 2} dx \quad (5\%)$$

$$(2) \int x^3 e^x dx \quad (5\%)$$

4. 求由曲線 $y = x^2 - 2x - 3$ 與直線 $y = x + 1$ 所圍成之區域面積(10%)

5. 求曲線 $y = x^{\frac{3}{2}}$ 在 $x \in [1, 4]$ 之弧長(10%)

二、工程數學部分(50%)

1. 求解下列微分方程。

(1) $y'' + 9y = \cos(3x)$ (10%)。

(2) $y'' - 4y' + 4y = 0$ 且初始條件 $y(0) = 3$, $y'(0) = 4$ (10%)。

2. 試求矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$ 的 (1) 特徵多項式(5%) (2) 特徵方程式(5%) (3) eigenvalue(5%) (4) eigenvector(5%)
(5) 試將 A 對角化, 即 $A = PDP^{-1}$, 其中 D 為對角矩陣(5%) (6) 試求 A^{10} (5%)。

三、離散數學部分(50%)

1. 決定以下命題之真假值, 如果為 "真" 請用 "T" 表示, 為 "假" 請用 F 表示 (10%)

- a) 如果 $1+2=2$ 則太陽會從北方升起
- b) $2+2=4$ 若且唯若 $2+3=4$
- c) $1+1=3$ 若且唯若 猴子會飛
- d) $\emptyset \in \{x\}$
- e) $0 > 1$ 或 $2+1=3$

2. 令 $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$, $A = \{1,5,9,10\}$, $B = \{2,3, 6,10\}$ 。試找出 $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, A' , 與 B' (10%)

3. 甲、乙、丙、丁、戊、己、庚 7 人做直線排列, 請回答下列問題(10%)

- a) 7 人全取做直線排列, 共有幾種排列方式?
- b) 7 人排列 7 個位置, 但甲排列第一個位置或乙排列第四個位置, 共有幾種排列方式?

4. $(x + y)^7$ 展開以後的第四項為何? (10%)

5. 一個樹狀結構如右圖所示, 請回答下列問題(10%)

- (a): f 節點的父節點(parent node)及子節點(child node)為何?
- (b): f 節點的兄弟節點(sibling node)及祖先節點(ancestor node)為何?



