國立臺北科技大學 101 學年度碩士班招生考試

系所組別：3721、3722 有機高分子研究所乙組

第一節　工程數學　試題

注意事項：

1. 本試題共 4 題，配分共 100 分。
2. 請標明大題、子題編號作答，不必抄題。
3. 全部答案均須在答案卷之答案欄內作答，否則不予計分。

---

1. Solve the following equations:

   (a) $y''' + 4y' = \sec 2x$ （10%）

   (b) $x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 \ln x$ （10%）

   (c) $xy' - y \ln y = x^2 y$ （10%）

   (d) $y'' \cos x - 2y' \sin x + 3y \cos x = e^x$ （10%）

   (e) $\cos y \dfrac{dy}{dx} - \dfrac{1}{x} \sin y = e^x \sin^2 y$ （10%）

2. Solve the following initial value problems:

   (a) $4y^3 y'' = y^4 - 1$, $y(0) = \sqrt{2}$, $y'(0) = \dfrac{1}{2\sqrt{2}}$ （10%）

   (b) $\left(x^2 D^2 - 3xD + 3\right)y = 3 \ln x - 4$, $y(1) = 0$, $y'(1) = 1$ （10%）

3. Use the Laplace transform to solve the following problems:

   (a) $y'' + 9y = 8 \sin t$ if $0 < t < \pi$ and 0 if $t > \pi$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 4$ （10%）

   (b) $y'' + 6y' + 5y = t - t\, u(t - 2)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$ （10%）

4. Use the Laplace transform to solve the following system:

   $y_1' = 2y_1 + 4y_2 + 64t\, u(t - 1)$

   $y_2' = y_1 + 2y_2$

   $y_1(0) = -4$, $y_2(0) = -4$ （10%）