

國立高雄應用科技大學
101 學年度碩士班招生考試
電機工程系

准考證號碼 (考生必須填寫)

工程數學 (甲、乙組)

試題 共 1 頁，第 1 頁

- 注意：a. 本試題共 8 題，共 100 分。
b. 作答時不必抄題。
c. 考生作答前請詳閱答案卷之考生注意事項。

一、解 $\frac{dy}{dx} = \frac{y+1}{\sqrt{x} + \sqrt{xy}}$ (15%)

二、Solve $\frac{dy}{dx} = -\frac{x\sqrt{x^2 + y^2} + y}{y\sqrt{x^2 + y^2} + x}$. (10%)

三、Solve $\frac{d^2y}{dt^2} - 3\frac{dy}{dt} + 2y = -\frac{e^{2t}}{e^t + 1}$. (15%)

四、Given $L[\sqrt{t}] = \frac{\sqrt{\pi}}{2} s^{-\frac{3}{2}}$, find $L\left[\frac{1}{\sqrt{t}}\right]$. (10%)

五、令 $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$, $y = \frac{1}{n}[1 \ 1 \ \dots \ 1]$ 。證明 $\bar{x} \leq \frac{m}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \leq \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{m} \leq \bar{x}$ 。 (15%)

六、已知 $\mathbf{A}^{-1} = \frac{\text{Adj}(\mathbf{A})}{\det \mathbf{A}}$, $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = s^n + a_1s^{n-1} + a_2s^{n-2} + \dots + a_{n-1}s + a_n$ 。

證明 $\text{Adj}(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = \mathbf{A}^{n-1} + (s + a_1)\mathbf{A}^{n-2} + \dots + (s^{n-1} + a_1s^{n-2} + \dots + a_{n-1})\mathbf{I}$ 。 (15%)

七、 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 。求 \mathbf{A}^{-1} 。 (10%)

八、 $V(x_1, x_2, x_3) = 3x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 4x_2x_3 + 5x_3^2$, $\mathbf{x}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3]$, $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$ 。

將 $V(x_1, x_2, x_3)$ 表示為 $V(x_1, x_2, x_3) = \mathbf{x}^T \mathbf{P} \mathbf{x}$, 並證明 $\mathbf{P} > 0$ 。 (10%)