

國立高雄海洋科技大學 101 學年度碩士班入學考試

電訊工程研究所 - 工程數學試題

(※不須使用計算機)

1. (20%) (a) $\frac{d^2x}{dt^2} + 4\frac{dx}{dt} + 3x = 8e^{-2t}$, 若 $x(0) = 4$ 和 $\frac{dx(0)}{dt} = -2$, 求微分方程式之全解。

(b) 求 first order homogeneous equation 之解 : $(xe^{y/x} + y)dx - xdy = 0$

2. (20%) (a) 判斷下列函數是奇函數，偶函數，或都不是？

$$|x^2|, \quad x \sin nx, \quad x^3 \sin nx, \quad \sin x - \cos x, \quad x|x|$$

(b) $f(t) = t^2/4$ ($-\pi \leq t \leq \pi$) ; $f(t+2\pi) = f(t)$, 求傅立葉級數。

(c) 證明 $1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{16} + \frac{1}{25} - \dots = \frac{\pi^2}{12}$ 。

3. (20%) 以拉式轉換求解聯立微分方程式

$$\begin{cases} x' - 2x + 3y = 0 \\ y' - y + 2x = 0 \end{cases} \quad \text{且} \quad x(0) = 8, y(0) = 3$$

4. (9%) 對下列矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 6 & 2 \end{bmatrix}$: (a) 求出 A 的最簡梯形 R (計算過程不用寫)。(b)

利用 R 找出 A 列空間的一個基底。(c) 決定列向量 $X = [4, 1, 2, 5]$ 是否屬於 A 的列空間。

5. (4%) 假設 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5$, 求 $\begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ 3d - a & 3e - b & 3f - c \\ 4g + 3a & 4h + 3b & 4i + 3c \end{vmatrix}$ 。

6. (18%) (a) 找出矩陣 $A = \begin{bmatrix} -18 & 30 \\ -10 & 17 \end{bmatrix}$ 的所有特徵值與其對應之特徵空間的一個基底。(b) 計

算 $A^n B$, $B = \begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}^T$ 。

7. (9%) $V = x^2yz + 4xz^2$, 求出 (a) V 在 (1, -2, -1) 沿著 $2\hat{\alpha}_x - \hat{\alpha}_y - 2\hat{\alpha}_z$ 方向的方向導數。

(b) $\nabla^2 V$ 。

<試題結束>