

國立虎尾科技大學 101 學年度研究所(碩士在職專班)入學試題

所別：機械與機電工程研究所

科目：考試科目 (工程數學)

注意事項：

- (1) 本試題共有選擇題十題，每題五分，共五十分，不倒扣；計算題二題，每題二十五分，共五十分。合計 100 分。
(2) 請依序作答在答案卷上並註明題號。

一、選擇題(50 分)

- 下列何者為微分方程式 $y'' + 4y = 0$ 之解？(A) $y = \sin(2x)$ (B) $y = \cos(x)$ (C) $y = \sin(x)$ (D) $y = e^x$ 。
- 若 $y \neq 0$ ，則下列為可分離(Separable)微分方程式 $y' = y^2 e^{-x}$ 之通解(General solution)？(A) $y = e^{-x} + k$ (B) $y = \frac{e^{-x} + k}{x}$ (C) $y = \frac{1}{e^{-x} - k}$ (D) $y = 2ke^{-x} + x$ 。
- 下列何者為一階線性常微分方程？(A) $yy' + xy = 1$ (B) $y' + y^2 = 0$ (C) $y'^2 + y = 0$ (D) $y' + xy = x$ 。
- 一階微分方程為 $y' + y = \sin(x)$ ，則此微分方程之積分因子(Integrating factor)為何？(A) e^x (B) x (C) $\sin(x)$ (D) $e^{\sin(x)}$ 。
- 下列何者為正合(Exact)微分方程？(A) $2xy + 2x + (x + 3y^2)y' = 0$ (B) $2x + (x + y^2)y' = 0$ (C) $4xy + 2x + (2x^2 + 3y^2)y' = 0$ (D) $2x^2 + y + (2x + y)y' = 0$ 。
- 一二階常微分方程 $y'' + 2y' + 6y = 0$ 之解為(A) $y = e^{-2x}[C_1 \cos(\sqrt{5}x) + C_2 \sin(\sqrt{5}x)]$ (B) $y = e^{-x}[C_1 \cos(\sqrt{5}x) + C_2 \sin(\sqrt{5}x)]$ (C) $y = e^{-2x}[C_1 \cos(5x) + C_2 \sin(5x)]$ (D) $y = C_1 \cos(5x) + C_2 \sin(5x)$ 。
- $t^2 e^{3t}$ 之拉氏轉換(Laplace transform)為何？(A) $\frac{3}{(s-3)^2}$ (B) $\frac{3}{(s-2)^3}$ (C) $\frac{1}{(s-2)^3}$ (D) $\frac{2}{(s-3)^3}$ 。
- $\frac{4}{(s+2)(s+3)}$ 之反拉氏轉換(Inverse Laplace transform)為何？(A) $4e^{-2t} - 4e^{-3t}$ (B) $e^{-2t} - 4e^{-3t}$ (C) $4e^{-2t} - e^{-3t}$ (D) $e^{-2t} - e^{-3t}$ 。
- 一函數 $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{for } t < 3 \\ t & \text{for } t \geq 3 \end{cases}$ ，則使函數可以以 Heaviside 函數($H(t)$)表示成？(A) $(t-3)H(t-3)$ (B) $tH(t-3)$ (C) $tH(t)$ (D) $(t-3)H(t)$ 。
- 若 A 為 $m \times n$ 之矩陣， B 為 $p \times q$ 之矩陣，則若 AB 為有定義，則必須符合哪一條件？(A) $m = p$ (B) $m = q$ (C) $n = p$ (D) $n = q$ 。

二、計算題(50 分)

- 試求以下矩陣之行列式值

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & 4 \\ 6 & -3 & 5 \end{bmatrix}$$

2. 試求以下兩向量之夾角 θ

$$\mathbf{F}_1 = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$$

$$\mathbf{F}_2 = 2\mathbf{i} + \mathbf{k}$$