

# 國立屏東教育大學 101 學年度研究所碩士班入學考試

## 統計學 試題

(應用數學系碩士班)

※請注意：1.本試題共三頁(含統計表附表 1、2)。

2.答案須寫在答案卷上(請列過程才給分)，否則不予計分。

### 問答題(共 100 分)

一、設隨機變數  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  具有平均數  $\mu$  及變異數  $\sigma^2$  的常態分配。請敘述樣本平均數

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i$$

的抽樣分配(含其平均數及變異數)為何。(10 分)

二、設隨機變數  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  其機率分配  $f(y_i | \theta) = 1/\theta$ ,  $0 \leq y_i \leq \theta$ 。請分別利用動差法及最大可能法求參數  $\theta$  的不偏估計式。(20 分)

三、設  $X_i$  為伯努力隨機變數其機率分配  $f(x_i) = p^{x_i} (1-p)^{1-x_i}$ ,  $x_i = 0, 1$  且  $0 < p < 1$ 。若  $X_1, \dots, X_n$  互相獨立，且  $X = X_1 + \dots + X_n$ 。(a)  $X$  之機率分配為何？ (b) 求  $X$  之期望值與變異數。(20 分)

以下第四、五題需要使用計算機，第四題需使用附表 ( $t$  值表) 第五題需使用附表 ( $Z$  值表) 查表。

四、某製造商宣稱 A 型的鉚釘平均強度至少超過 B 型鉚釘 12 公斤，為了檢測他的宣稱，兩款各隨機抽取 11 支在相同條件下檢測，發現 A 型鉚釘樣本的平均強度為 86.7 公斤與其標準差為 6.28 公斤，發現 B 型鉚釘樣本的平均強度為 79 公斤與其標準差為 5.61 公斤。在顯著水準 0.05 之下，檢定此製造商的宣稱。假設兩款鉚釘強度的母體為常態分配且變異數相等。(20 分)

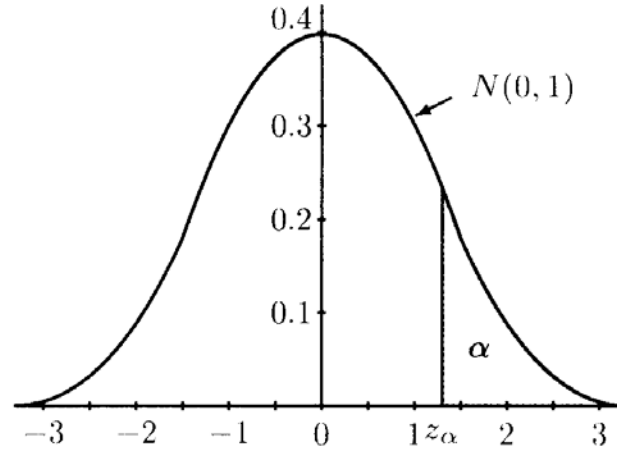
五、想了解媒體的運用對選戰候選人的影響，兩群被隨機選取的市民暴露於不同的媒體選戰中去了解候選人，一個月後，詢問這兩群市民是否支持候選人，結果如下：

	暴露於保守媒體	暴露於中性媒體
樣本大小	100	100
支持候選人的比例	0.40	0.50

在顯著水準 0.05 之下，是否有足夠的證據顯示不同的媒體宣傳效果有差異？(20 分)

六、請說明標準常態分配具有哪性質？(10 分)

附表 1：標準常態分配右尾機率數值表



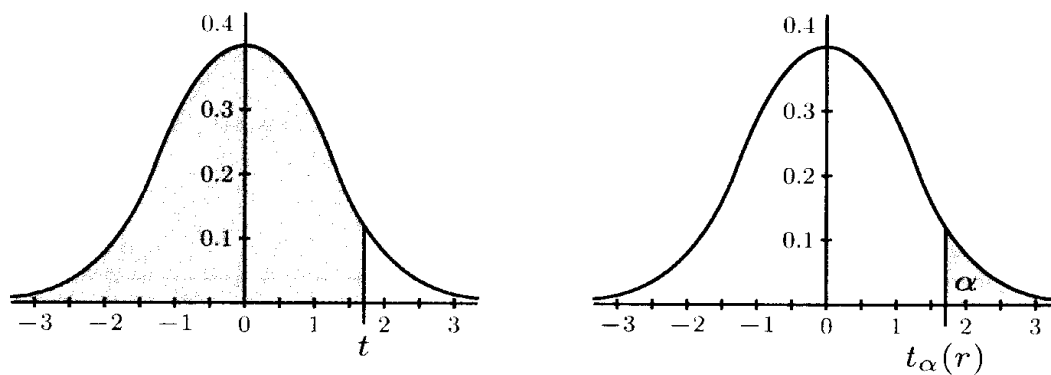
機率函數： $P(Z > z_\alpha) = \alpha$ ,  $P(Z > z) = 1 - \Phi(z) = \Phi(-z)$

例：當  $\alpha = 0.100$  時，(1)  $P(Z > z_{0.10}) = 0.10$ ,  $z_{0.10} = 1.282$

(2)  $P(Z > z_{0.05}) = 0.05$ ,  $z_{0.05} = 1.645$  (以插補法求得)

$z_\alpha$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010
3.1	0.0010	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008	0.0008	0.0008	0.0007	0.0007
3.2	0.0007	0.0007	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0006	0.0005	0.0005	0.0005
3.3	0.0005	0.0005	0.0005	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0003
3.4	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0003	0.0002
$\alpha$	0.400	0.300	0.200	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001	
$z_\alpha$	0.253	0.524	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	
$z_{\alpha/2}$	0.842	1.036	1.282	1.645	1.960	2.240	2.576	2.807	3.291	

附表 2：t 分配累積機率數值（左圖）及臨界值（右圖）表



分配函數：(1)  $P(T \leq t_\alpha(r)) = \int_{-\infty}^t \frac{\Gamma[(r+1)/2]}{\sqrt{\pi r} \Gamma(r/2) (1+w^2/r)^{(r+1)/2}} dw$   
 $[P(T \leq -t) = 1 - P(T \leq t)]$

(2)  $P(T \geq t_\alpha(r)) = \alpha$

例：(1)若  $T \sim t(15)$ ，則  $P(T \leq 1.753) = 0.95$

(2)若  $P(T \geq t_{0.025}(5)) = 0.025$ ，則  $t_{0.025}(5) = 2.571$

r	$P(T \leq t)$						
	0.60	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
	$t_{0.40}(r)$	$t_{0.25}(r)$	$t_{0.10}(r)$	$t_{0.05}(r)$	$t_{0.025}(r)$	$t_{0.01}(r)$	$t_{0.005}(r)$
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657
2	0.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925
3	0.277	0.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841
4	0.271	0.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032
6	0.265	0.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707
7	0.263	0.711	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499
8	0.262	0.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355
9	0.261	0.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169
11	0.260	0.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106
12	0.259	0.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055
13	0.259	0.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012
14	0.258	0.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.997
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947
16	0.258	0.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921
17	0.257	0.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898
18	0.257	0.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878
19	0.257	0.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845
21	0.257	0.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831
22	0.256	0.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819
23	0.256	0.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807
24	0.256	0.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787
26	0.256	0.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779
27	0.256	0.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771
28	0.256	0.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763
29	0.256	0.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750
$\infty$	0.253	0.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576