

## 淡江大學 101 學年度碩士班招生考試試題

系別：統計學系

科目：統計學(含數理統計)

考試日期：2月26日(星期日) 第3節

本試題共 5 大題， 2 頁

## 第1題 (共 35 分)

某次校園歌唱比賽 3 位評審對 4 位參賽者的評分成績如下：

		參 賽 者			
		1	2	3	4
評 審	1	8	7	6	9
	2	4	6	2	8
	3	9	1	9	1

- (i) 試以統計觀點說明哪位評審對成績最具影響力? (5 分)
- (ii) 設  $y_{ij}$  表示第  $i$  位評審對第  $j$  位參賽者的評分，考慮下列模式

$$y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}, \quad i=1,2,3, j=1,2,3,4$$

- (a) 選擇題，試問此模式稱為何種實驗設計? (3 分)
- (1) 巢狀設計(nested design)      (2) 區集設計(block design)
- (3)  $2^k$  因子設計(factorial design)      (4) 分裂區集設計(split-plot design)
- (b) 選擇題， $\alpha_1$  表示什麼? (3 分)
- (1) 第 1 位評審的主效果      (2) 第 1 位參賽者的主效果
- (3) 第 1 位評審和第 1 位參賽者的交互作用效果      (4) 以上皆非
- (c) 選擇題， $\beta_1$  表示什麼? (3 分)
- (1) 第 1 位評審的主效果      (2) 第 1 位參賽者的主效果
- (3) 第 1 位評審和第 1 位參賽者的交互作用效果      (4) 以上皆非
- (d) 試估計  $\alpha_2$  及  $\beta_4$  (6 分)
- (e) 試完成下列 ANOVA 表，並在顯著水準為 0.05 下，判斷 3 位評審的平均評分是否有顯著差異? (15 分)

ANOVA 表				
變異來源	自由度	平方和	均方和	F 值
評 審	_____	16.667	_____	_____
參 賽 者	_____	_____	_____	_____
誤 差	_____	80.667	_____	_____
總 和	_____	105.667	_____	_____

$$F_{0.05(2,3)} = 9.55, \quad F_{0.05(2,6)} = 5.14, \quad F_{0.05(2,11)} = 3.98, \quad F_{0.05(3,6)} = 4.76, \quad F_{0.05(3,11)} = 3.59$$

本試題雙面印刷

# 淡江大學 101 學年度碩士班招生考試試題

系別：統計學系

科目：統計學(含數理統計)

考試日期：2月26日(星期日) 第3節

本試題共 5 大題， 2 頁

## 第2題 (共 25 分)

假設  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為取自下面分配的一組隨機樣本

$$f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-x/\theta}, & x > 0, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- (i) 試求  $\theta$  的 MLE。(5 分)
- (ii) 試問(i)之 MLE 是否為  $\theta$  的 UMVUE? 證明之。(10 分)
- (iii) 令  $T = \sum_{i=1}^n X_i$ 。試證明  $\frac{2T}{\theta}$  為一樞紐量(pivot)。(5 分)
- (iv) 試利用(iii)之樞紐量建立  $\theta$  的  $100(1-\alpha)\%$  信賴區間。(5 分)

## 第3題 (共 10 分)

假設  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為取自具有參數  $p$  的 Bernoulli 分配之一組隨機樣本，並假設  $p$  的事前分配(prior distribution)為具有參數  $\alpha$  和  $\beta$  之 Beta 分配，其中  $\alpha > 0$  和  $\beta > 0$ 。試在平方損失(squared loss)下，求出  $p$  的貝氏估計量(Bayes estimator)。(10 分)

## 第4題 (共 10 分)

假設隨機變數  $X$  和  $Y$  的聯合機率分配  $f(x, y)$  如下：

$x \backslash y$	6	8	10
1	0.2	0	0.2
2	0	0.2	0
3	0.2	0	0.2

- (i) 試問隨機變數  $X$  和  $Y$  是否互相獨立(independence)? 證明之。(5 分)
- (ii) 試問隨機變數  $X$  和  $Y$  是否無關(uncorrelated)? 證明之。(5 分)

## 第5題 (共 20 分)

假設  $X_1, X_2, \dots, X_n$  為取自均勻分配  $U(0, \theta)$  的一組隨機樣本，在顯著水準(significance level)  $\alpha = 0.05$  下，檢定  $H_0: \theta \leq \frac{1}{2}$  對  $H_1: \theta > \frac{1}{2}$ 。

- (i) 試推導出概度比檢定(Likelihood Ratio Test)。(10 分)
- (ii) 若要使(i)在  $\theta = \frac{3}{4}$  時的檢定力(power)達到 0.98，試問樣本數  $n$  須為多少?(10 分)