

國立高雄大學 101 學年度研究所碩士班招生考試試題

科目：機率論
考試時間：100 分鐘

系所：
統計學研究所(統計組)
本科原始成績：100 分

是否使用計算機：否

1. 令 X 為一隨機變數，其機率密度函數為 $f(x) = cx \exp(-4x^2)I(x > 0)$ 。請分別計數 (i) c 之值; (ii) X 之期望值; (iii) X 之變異數。(20%)
2. 自一固定長度的線段中，隨機取兩點而將其分成三段，求此三段可構成一三角形之機率。(10%)
3. 設 X 有期望值為 $\alpha\beta$ 之 $\Gamma(\alpha, \beta)$ 分佈， $\alpha > 2, \beta > 0$ ，且給定 $X = x$ ， Y 有期望值為 $1/x$ 之指數分佈。請分別求 (i) Y 之邊際分佈; (ii) Y 之期望值; (iii) Y 之變異數。(20%)
4. 設 X, Y 分別有 $N(0,1)$ 及 $N(0,4)$ 分佈，試問 $X + Y$ 之分佈是否必為常態？若是則證明，不是則舉一例說明。(註： X, Y 不必然獨立) (15%)
5. 假設某廠牌之燈泡壽命有期望值為 λ 天之指數分佈。某地下室共裝了 n 顆該廠牌之全新燈泡，一旦累積壞了 m 顆 (n, m 皆為正整數且 $m < n$) 便重裝 n 顆新的。求 (i) 超過 x 天不需重裝之機率; (ii) 第一次更換之期望天數。(20%)
6. 卻抽樣調查市民中支持某政策之比例 p ，且要求估計值與 p 之差不超過 2% 之機率大於 0.95。在下述情況分別利用中央極限定理求所需樣本數至少為若? (i) 已知 $p \leq 0.2$; (ii) 對 p 值毫無概念。(註： $\Phi(1.96) = 0.975, \Phi(1.64) = 0.95$.) (15%)