

國 立 宜 蘭 大 學

101 學年度研究所碩士班考試入學

工程數學試題

(生物機電工程學系碩士班甲組)

准考證號碼：

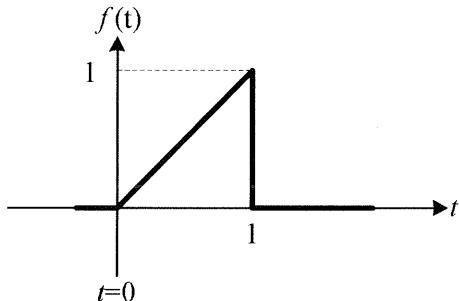
---

《作答注意事項》

1. 請先檢查准考證號碼、座位號碼及答案卷號碼是否相符。
2. 考試時間：100 分鐘。
3. 本試卷共有 3 題計算題及 2 題證明題，一題 20 分，共計 100 分。
4. 請將答案寫在答案卷上。
5. 考試中禁止使用大哥大或其他通信設備。
6. 考試後，請將試題卷及答案卷一併繳交。
7. 本考科可使用非程式型（不具備儲存程式功能）之電子計算機。

1. Solve the ordinary differential equation:  $y'' - 2y' + y = e^x$ .

2. [Given]



Find the solution of the initial value problem:  $y' - y = f(t)$ ,  $y(0) = 0$ .

3. Consider the  $3 \times 3$  system of linear equations  $[A][X]=[b]$ :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 + \alpha x_3 = 1 \end{cases} .$$

To determine what value of  $\alpha$ :

- (1) when the system has not any solution.
- (2) when the system has a unique solution.

Give the reason to explain your answer.

4. 以二次型式 (Quadratic Form) 及主軸定理(Principal Axes Theorem)

證明  $x^2 + xy + y^2 = 1$  為一旋轉  $45^\circ$  之橢圓(ellipse)曲線。

5. 在球座標系中，  

$$\begin{aligned} \vec{R} &= x(\rho, \theta, \phi) \vec{e}_x + y(\rho, \theta, \phi) \vec{e}_y + z(\rho, \theta, \phi) \vec{e}_z \\ &= (\rho \cdot \cos \theta \cdot \sin \phi) \vec{e}_x + (\rho \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi) \vec{e}_y + (\rho \cdot \cos \phi) \vec{e}_z \end{aligned}$$

證明圓球體之微小體積元素  $dV = \rho^2 \cdot \sin \theta \cdot d\rho \cdot d\theta \cdot d\phi$

提示：

