

國立臺灣海洋大學 103 學年度研究所碩士班招生考試試題

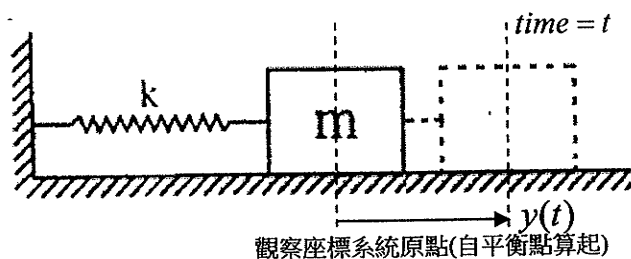
考試科目：工程數學

系所名稱：河海工程學系碩士班水資源與環境工程組、河海工程學系碩士班海洋工程組、河海工程學系碩士班結構工程組、河海工程學系碩士班大地工程組（大地工程領域）

1. 答案以橫式由左至右書寫。2. 請依題號順序作答。

1. 請說明梯度(gradient)與方向導微(directional derivative)請問他們是純量或向量?(10%)
2. 請說明格林定理(Green theorem), 格林函數(Green function), 高斯散度定理(Gauss theorem)與史脫克斯定理(Stokes theorem). (10%) 請說明摺積(Convolution) (5%)
3. 請說明 Fourier 級數中何謂"converge in the mean"? 與 "Gibbs phenomenon"? (10%)
4. 如下所示簡諧運動圖，初位移 $y(0)=12$ 及初速度 $\dot{y}(0)=\left.\frac{dy(t)}{dt}\right|_{t=0}=5$

$$m=1 \text{ kg}, k=1 \text{ N/m}.$$



- (1) 寫出牛頓定律 $F=ma$ 所對應 $y(t)$ 的二階 ODE。(5%)
- (2) 求解 $y(t)=?$ 並且畫出 $y(t)$ 對 t 之關係圖。(5%)
 $\dot{y}(t)=?$ 並且畫出 $\dot{y}(t)$ 對 t 之關係圖。(5%)
求其最大位移 $y_{\max}=?$ (5%)
最大速度 $\dot{y}_{\max}=?$ (5%)
- (3) 請畫出 $\dot{y}(t)$ 對 $y(t)$ 之相平面圖。(5%)
- (4) 若動能是 $\frac{1}{2}m\dot{y}^2$ 而彈力位能為 $\frac{1}{2}ky^2$ ，計算在時間 t 時，動能+ 彈力位能 =? (5%) 有能量守恆嗎? (5%) 若有，在相平面圖上如何觀察? (5%)

5. 某長方形斷面之慣性矩張量所得矩陣 $[I]$ ，請分別求其特徵值與特徵向量，即

$[I]y = \lambda y$ ，其中 λ 為特徵值，而 y 為特徵向量。而慣性矩張量所得矩陣 $[I]$

如下所示

$$[I] = \begin{pmatrix} \frac{17}{6} & \frac{5}{2} \\ \frac{5}{2} & \frac{17}{6} \end{pmatrix}, \quad \text{根據 } [I]y = \lambda y \text{ 求其特徵值與特徵向量 (10\%)}$$

兩個特徵向量有何物理或幾何意義？(5%) 請問此長方形斷面長寬各多少？(5%)